

FENOMENOLOGIA DELLA PROPAGAZIONE LIBERA DELLE ONDE NEI CAMPI CONTINUI

Premessa

Vogliamo presentare brevemente alcune importanti caratteristiche della propagazione ondulatoria. Lo faremo a partire dalle onde elastiche e proseguiremo poi con le onde elettromagnetiche. Nella prossima sezione del capitolo parleremo, invece, di quelle che chiameremo “onde materiali”. In questo capitolo ci concentreremo soprattutto sulle analogie fenomenologiche dei vari esempi presentati, mentre un discorso più formale sarà presentato nel capitolo seguente.

Caratteristiche fondamentali della fenomenologia ondulatoria sono interferenza e diffrazione, ed è per questo che fisseremo maggiormente la nostra attenzione su tali aspetti

Onde nell'acqua

Interferenza

Supponiamo fondamentalmente noto quanto riguarda gli aspetti principali della fisica delle onde elastiche. Ciononostante introduciamo qui alcuni elementi che potranno essere utili per rendere più chiara la nostra presentazione (introdurremo poco più di qualche figura commentata...). Prendiamo in considerazione un ondoscopio, cioè una vaschetta riempita parzialmente di acqua, con annesso un motorino in grado di far vibrare in su e in giù delle punte oppure una bacchetta, in modo da mettere in vibrazione l'acqua presente e generare delle onde (Fig. 3.1 e Fig. 3.2).

Supponiamo ora di avere due sorgenti coerenti di onde circolari (fondamentalmente due punte che oscillano insieme nell'acqua).

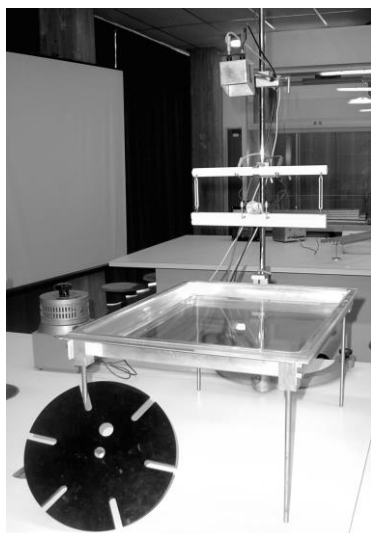


Fig. 3.1 Ondoscopio

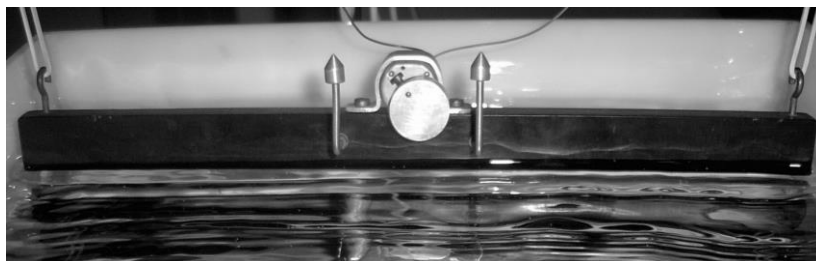


Fig 3.2 Punte oscillanti di un ondoscopio

Allora esse:

- a) genereranno onde della stessa frequenza
- b) la differenza di fase tra le onde emesse rimarrà costante nel tempo.

In tal caso le onde emesse dalle due sorgenti si propagheranno nella vaschetta sovrapponendosi, “sommandosi”, dando così origine al fenomeno dell’interferenza, che ad un osservatore apparirà come una distribuzione spaziale non uniforme delle oscillazioni dell’acqua. Ci saranno zone in cui la sovrapposizione porta ad una intensità nulla (l’acqua rimane ferma, in tal caso l’interferenza si dirà distruttiva) e zone in cui la sovrapposizione porta ad avere un’ampiezza di oscillazione che è superiore a ciascuna delle ampiezze di ogni perturbazione ondulatoria presa da sola (l’acqua oscilla tanto e, nei punti di massima oscillazione, l’interferenza si dirà costruttiva). Ci saranno poi zone “intermedie” come mostrato in Fig. 3.3 e in Fig 3.4.

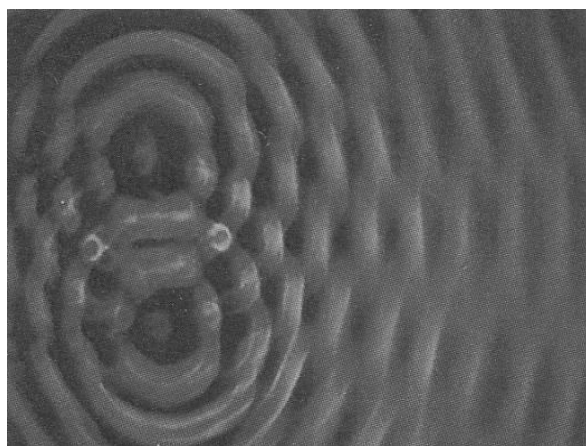


Fig. 3.3 Interferenza di due onde circolari nell’acqua in un ondoscopio. Le zone chiare sono le creste, quelle più scure le valli. Si notano chiaramente delle zone grigiastre di acqua ferma che formano delle linee, caratterizzabili come rami di iperbole.

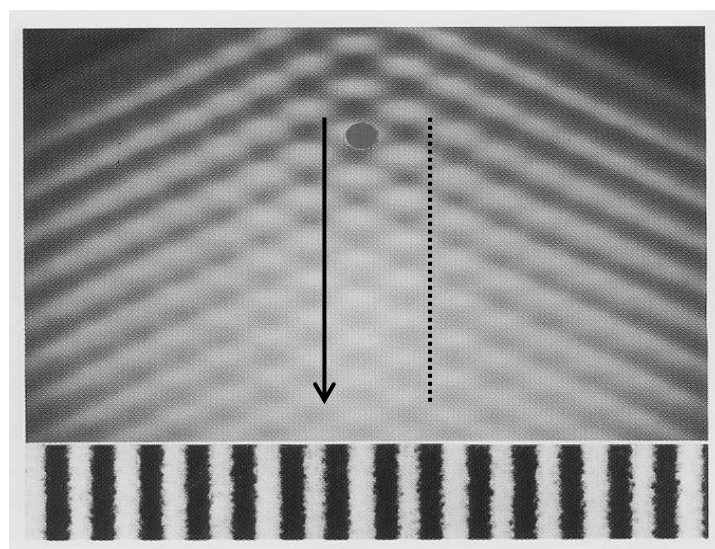


Fig. 3.4 Interferenza di due onde piane nell’acqua. Nell’ondoscopio vengono generate due onde piane inclinate rispetto al bordo (e che in figura partono dall’alto). Il pallino al centro, nella parte alta della figura, individua una cresta in una zona in cui si ha un massimo di interferenza. La freccia indica la direzione di propagazione della perturbazione risultante, la linea tratteggiata individua una delle zone di acqua ferma (interferenza distruttiva) . Le zone chiare e scure, rappresentate sotto l’ondoscopio, sono una visualizzazione rispettivamente: dei punti in cui sulla parete verticale dell’ondoscopio l’acqua si muove in su e in giù (massimi di interferenza), e dei punti di acqua ferma (minimi di interferenza).

Diffrazione

La Fig. 3.5 mostra quello che avviene quando delle onde piane che si propagano in acqua incontrano fenditure di diversa ampiezza.

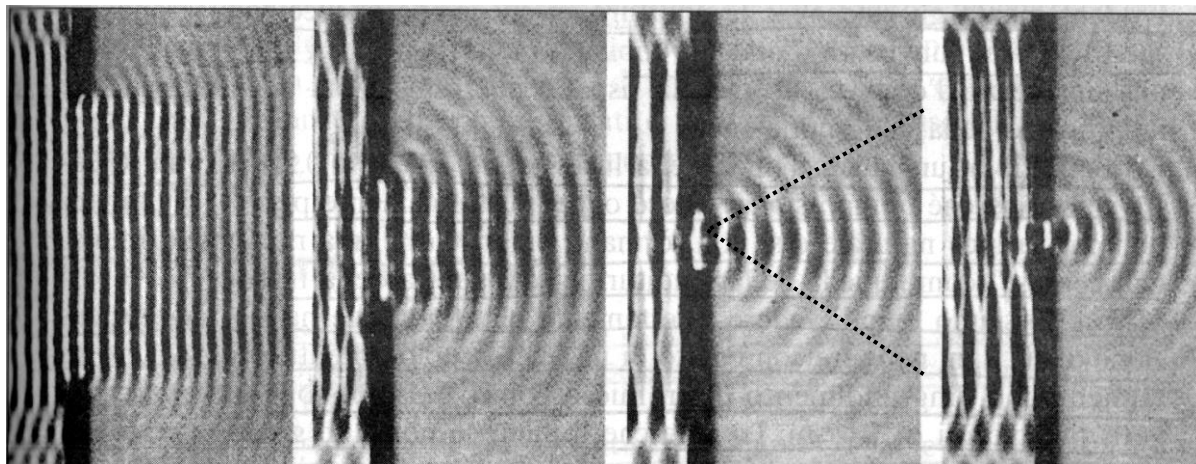


Fig. 3.5 Diffrazione di onde piane nell'acqua da parte di fenditure di ampiezza via via decrescente. Nel caso in cui la fenditura è notevolmente più grande della lunghezza d'onda della perturbazione, le onde proseguono al di là della fenditura comportandosi sostanzialmente come onde piane, a parte un piccolo effetto ai bordi della fenditura. Al diminuire delle dimensioni della fenditura in rapporto alla lunghezza d'onda delle onde, le onde trasmesse assumono sempre di più il carattere di onde circolari. E' interessante notare la presenza di massimi e minimi di interferenza; questi ultimi evidenziati da due linee nere tratteggiate al di sopra di una zona di acqua ferma.

Doppia fenditura

Da quanto detto sopra si capisce che, disponendo degli ostacoli in modo da avere non più una sola ma due fenditure sufficientemente strette, (Fig. 3.6) possiamo facilmente generare interferenza dalle onde piane diffratte da ciascuna fenditura, ottenendo, così, una situazione nella quale l'aspetto in un certo senso dominante è quello dell'interferenza di onde sferiche (circolari nell'ondoscopio) con, a differenza di quanto visto per le onde generate dall'oscillazione di due punte nell'acqua, una modulazione dovuta alla “figura” di diffrazione generata da ciascuna fenditura.

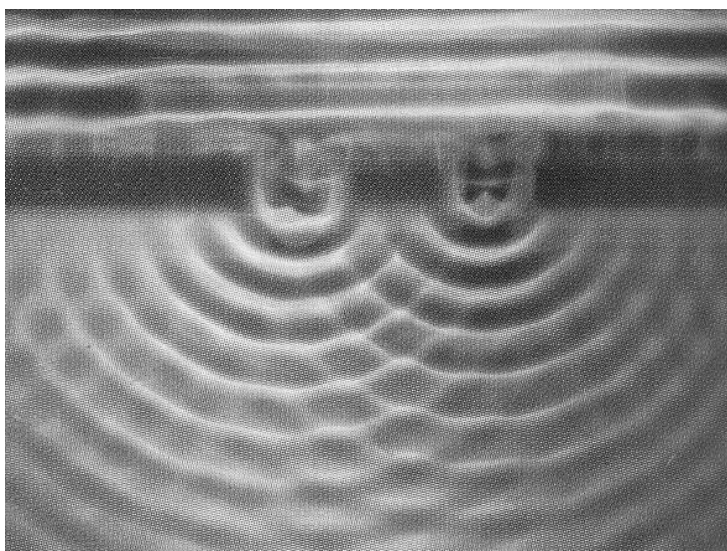


Fig. 3.6 Figura di interferenza prodotta da una doppia fenditura in un ondoscopio.

Pennelli elettromagnetici

Interferenza da biprisma ottico

Un modo semplice per osservare l'interferenza di onde elettromagnetiche (di fatto di luce visibile), in maniera del tutto analoga a quanto visto nel caso dell'interferenza di onde piane nell'acqua, consiste nel fare incidere su un *biprisma ottico*, o *biprisma di Fresnel*, la luce emessa da una sorgente. Lo schema di quanto stiamo considerando è mostrato schematicamente in Fig. 3.7.

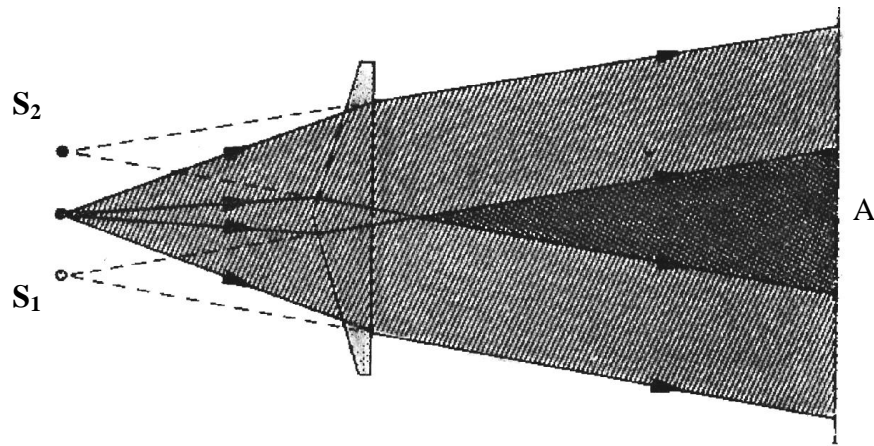


Fig. 3.7 Biprisma ottico: viene mostrata l'interferenza dalle due sorgenti virtuali S_1 ed S_2 .

La luce emessa da una sorgente puntiforme S viene rifratta dal biprisma, come mostrato in figura, in modo che si formino due immagini virtuali di S , chiamate S_1 ed S_2 . La luce proveniente da queste due immagini virtuali si sovrappone nella zona indicata e, così, in tale zona, avviene l'interferenza. Sullo schermo A si osserva la figura di interferenza seguente (Fig. 3.8):

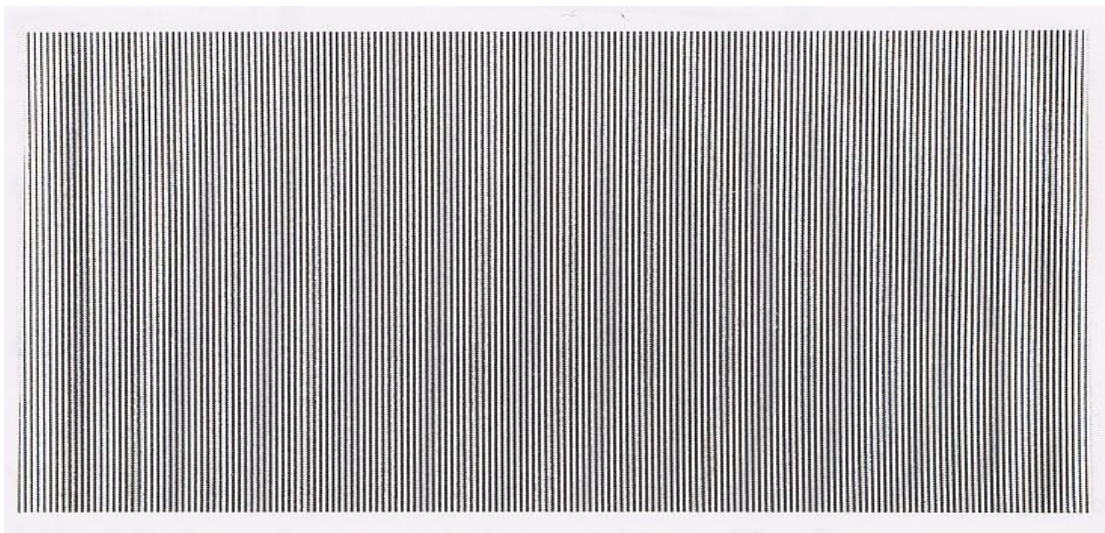


Fig. 3.8 Frange di interferenza da biprisma ottico.

Il motivo per cui utilizziamo un dispositivo come questo, che fa interferire la luce proveniente da due sorgenti virtuali, è che, come abbiamo scritto sopra, perché si produca interferenza è necessario

che le sorgenti siano coerenti (questo non accadrebbe, ad esempio, se cercassimo di far interferire la luce emessa da due lampadine, anche uguali).

Nel caso in cui la sorgente luminosa sia molto lontana dal biprisma, possiamo schematizzare la situazione nel modo indicato in Fig. 3.9. In tal modo abbiamo realizzato, per quanto riguarda la luce, una situazione concettualmente identica a quella descritta in precedenza per le onde piane che interferiscono in un ondoscopio.

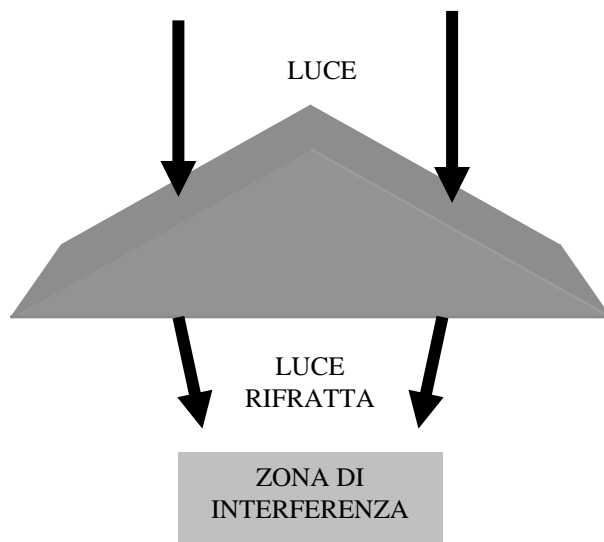


Fig. 3.9 Schema di funzionamento di un biprisma ottico con sorgente molto lontana dal biprisma.

Diffrazione da fenditura singola

Consideriamo ora una fenditura in uno schermo opaco; la luce che vi incide produce una zona luminosa caratterizzata, sul bordo, da linee chiare e scure dovute alla diffrazione, come si vede in Fig. 3.10.

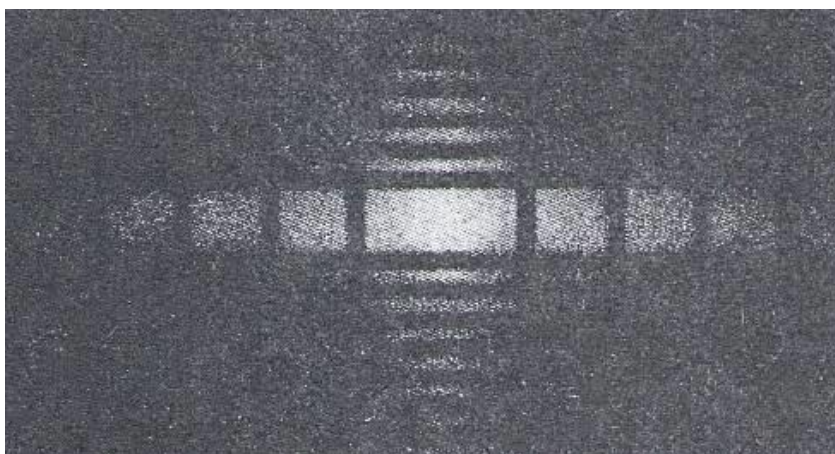


Fig. 3.10 Diffrazione di luce monocromatica da una fenditura rettangolare di altezza doppia della base (sì, non ci siamo confusi... è proprio l'altezza che è il doppio della base; infatti il rettangolo luminoso centrale ha le dimensioni dei lati inversamente proporzionali a quelli della fenditura!).

L'interpretazione teorica delle figure di diffrazione è piuttosto laboriosa e dipende da molte variabili: forma dell'apertura nello schermo, distanza della sorgente dalla fenditura, lunghezza d'onda della luce incidente, distanza dello schermo sul quale si osserva la diffrazione ecc. Nel caso

(forse il più semplice) della diffrazione prodotta dalla luce collimata proveniente da una sorgente puntiforme che emette un pennello luminoso di intensità I_0 e che dopo avere inciso su una fenditura lunga e sottile di larghezza a viene raccolta da uno schermo lontano, si trova che l'intensità della luce diffratta varia secondo la funzione:

$$I(\alpha) = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \quad (3.1)$$

essendo α un parametro adimensionale che, in prima approssimazione, è proporzionale alla distanza dalla macchia luminosa centrale, misurata sullo schermo in direzione ortogonale alla fenditura, proporzionale alla larghezza a della fenditura e inversamente proporzionale alla lunghezza d'onda della luce incidente. In formule (Fig. 3.11):

$$\alpha = \pi \frac{a}{\lambda} \frac{y}{D} \quad (3.2)$$

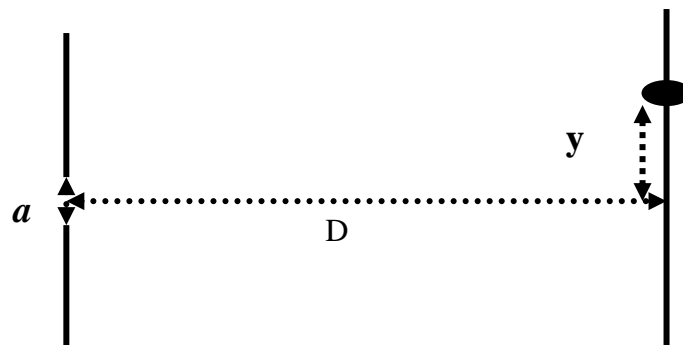


Fig. 3.11 Schema di diffrazione da singola fenditura di ampiezza a .

Il grafico della funzione $\sin^2 \alpha / \alpha^2$, che modula l'intensità, è mostrato in Fig. 3.12:

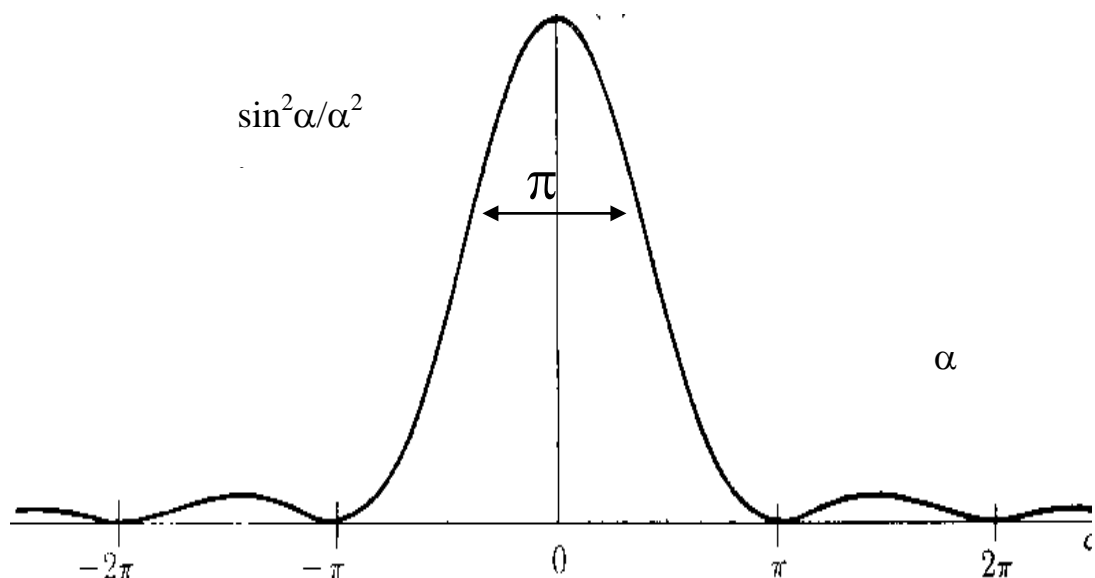


Fig. 3.12 Grafico dell'intensità della luce diffratta sullo schermo.

Come si vede c'è un massimo centrale ben pronunciato, di larghezza a metà altezza di circa π , (da cui si ricava, che la grandezza misurabile y vale $y=(\lambda D)/a$, seguito da massimi secondari molto meno pronunciati. La parte più appariscente di una figura di diffrazione è proprio questo massimo centrale, ed è per questo che, spesso, quando si parla di diffrazione in termini elementari si parla dell'allargamento del pennello luminoso e si trascurano i pur ben presenti massimi secondari.

Diffrazione da due fenditure

Se, nello schermo opaco, invece di una, abbiamo due fenditure vicine, la luce diffratta da ciascuna di esse verrà ad interferire, in maniera del tutto analoga a quanto succedeva per le onde nell'ondoscopio.

È questo l'esperimento di Young. La figura che si ottiene in questo caso è una figura di interferenza dei fasci diffratti da ciascuna fenditura. Le condizioni sperimentali sono schematizzate in Fig.3.13:

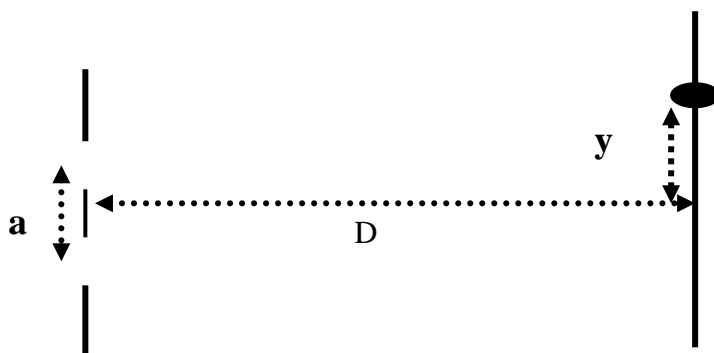


Fig. 3.13 Schema di diffrazione da due fenditure.

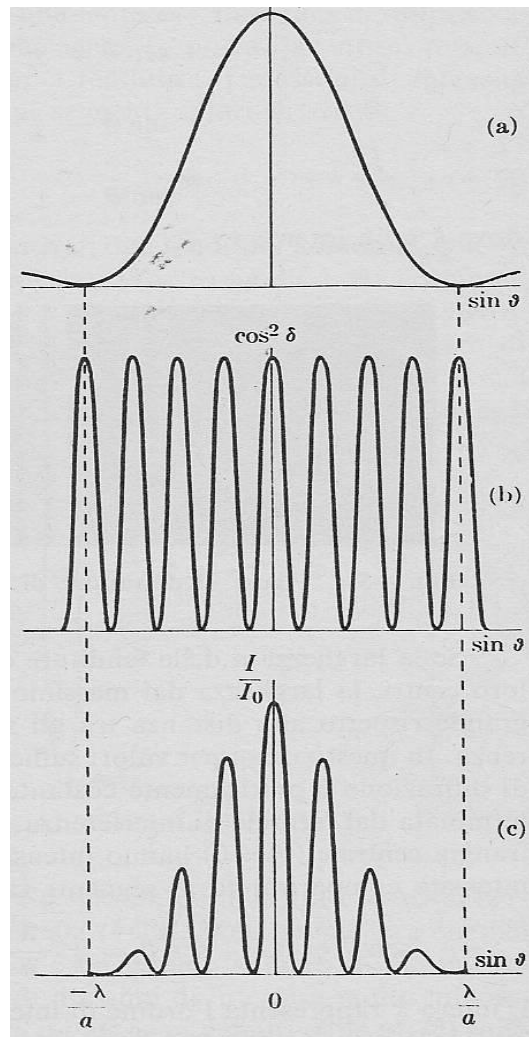
Sullo schermo vedremo la presenza di frange chiare e scure la cui intensità è modulata dal prodotto di due termini: quello relativo alla diffrazione da una fenditura e quello relativo all'interferenza di due sorgenti puntiformi. In formule l'intensità sullo schermo sarà data da:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \cos^2 \delta \quad (3.3)$$

essendo

$$\alpha = \pi \frac{a}{\lambda} \frac{y}{D}; \quad \delta = \pi \frac{d}{\lambda} \frac{y}{D} \quad (3.4)$$

Si noterà, così, la sovrapposizione tra due figure: la figura di interferenza (con frange molto ravvicinate tra loro e tutte della stessa intensità) e la figura di diffrazione, con frange molto più larghe, che modula in intensità la figura di interferenza. La distribuzione dell'intensità dovuta ai vari termini è mostrata in Fig. 3.14. Come si capisce, al di fuori della zona corrispondente al primo massimo di diffrazione l'intensità della figura di interferenza è molto bassa.



Termine
di diffrazione

Termine di interferenza

Prodotto del termine di
diffrazione e
del termine
di interferenza

Fig. 3.14 Grafici delle intensità delle figure di (dall'alto in basso): diffrazione da una fenditura, interferenza da due sorgenti, diffrazione da due fenditure.

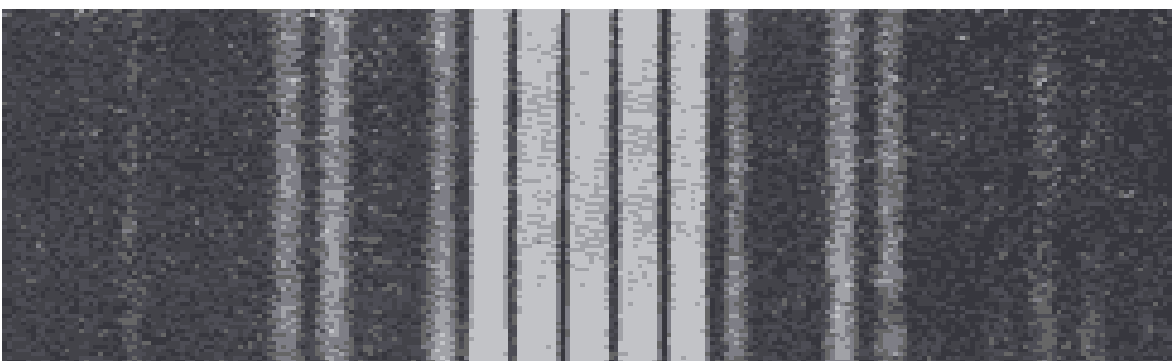


Fig. 3.15 Frange di interferenza di luce da doppia fenditura. Con riferimento alla Fig. 3.14, osservare la corrispondenza tra le zone luminose e i massimi del termine di diffrazione e tra le zone buie e i minimi.

Come si vede dalla Fig. 3.15, la distribuzione sperimentale dell'intensità luminosa è ben interpretata da quanto fin qui discusso.

Interferometro Mach-Zender

C'è un altro dispositivo, un interferometro, che serve, per l'appunto a produrre interferenza, e al quale ci riferiremo spesso nel prosieguo della nostra trattazione: l'interferometro di Mach-Zender schematizzato in Fig. 3.16.

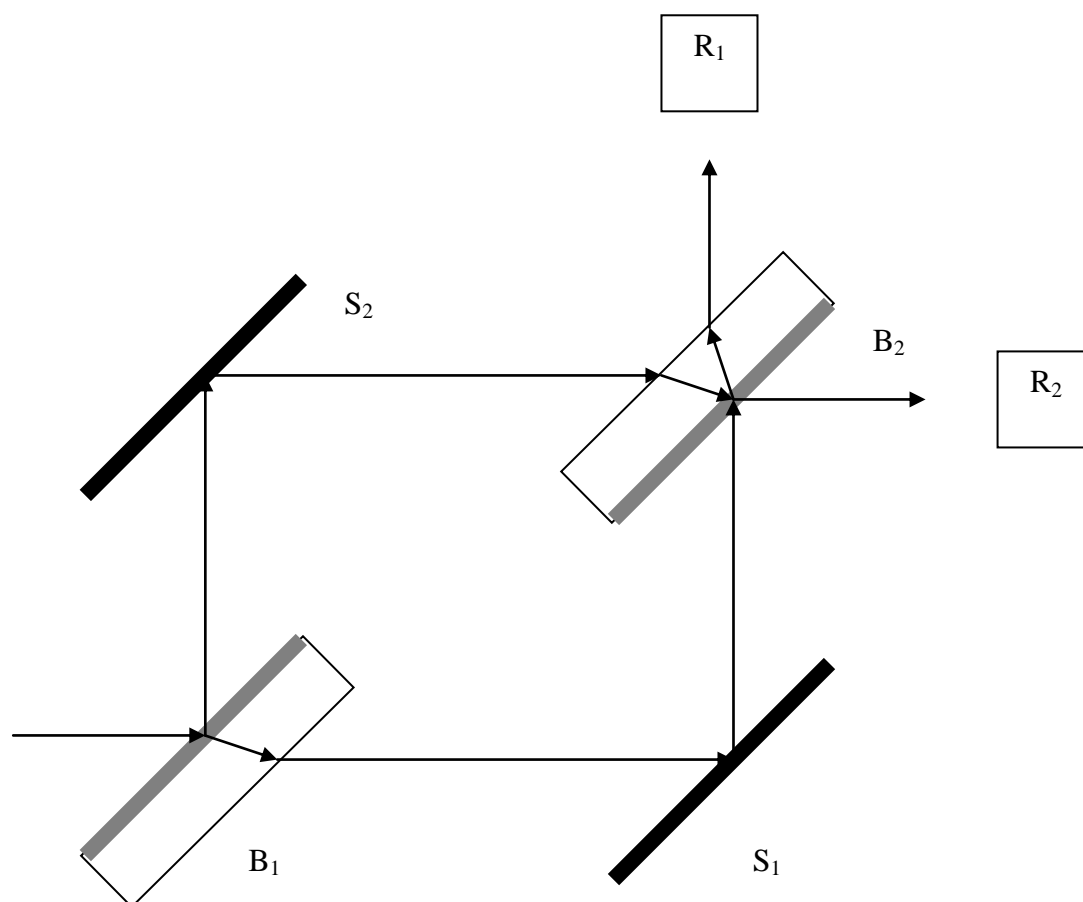


Fig. 3.16 Schema dell'interferometro Mach-Zender.

L'interferometro è costituito da due specchi completamente riflettenti (S_1 e S_2), da due specchi semitrasparenti, con terminologia inglese molto usata *beam splitter* (B_1 e B_2), posizionati in modo "simmetrico", e da due rivelatori (R_1 ed R_2).

Il fascio luminoso, proveniente da sinistra nel disegno, viene diviso dallo specchio semiriflettente B_1 , al fine di produrre due fasci coerenti che percorrono cammini differenti. Per mezzo dei due specchi totalmente riflettenti (S_1 ed S_2) e dell'altro specchio semiriflettente B_2 , i due fasci, prima separati, vengono ad interferire l'uno con l'altro nei due rivelatori R_1 ed R_2 , come in figura. Supponiamo, per ora, che i due cammini ottici abbiano la stessa lunghezza.

Quando la luce arriva su uno specchio, essa viene da questo completamente riflessa (possiamo pensare che non entri affatto nel metallo che costituisce lo specchio) con un cambiamento di fase di π (questo succede perchè la luce passa da un mezzo di indice di rifrazione più basso, l'aria, ad uno con indice di rifrazione molto più alto, che possiamo pensare addirittura infinito, il metallo dello specchio). E' un po' la stessa cosa che succede quando un'onda passa da una molla "leggera" ad una "pesante": alla giunzione l'impulso è parzialmente trasmesso e parzialmente riflesso e la parte riflessa è capovolta, Fig. 3.17 (nel nostro caso la parte trasmessa addirittura non c'è).

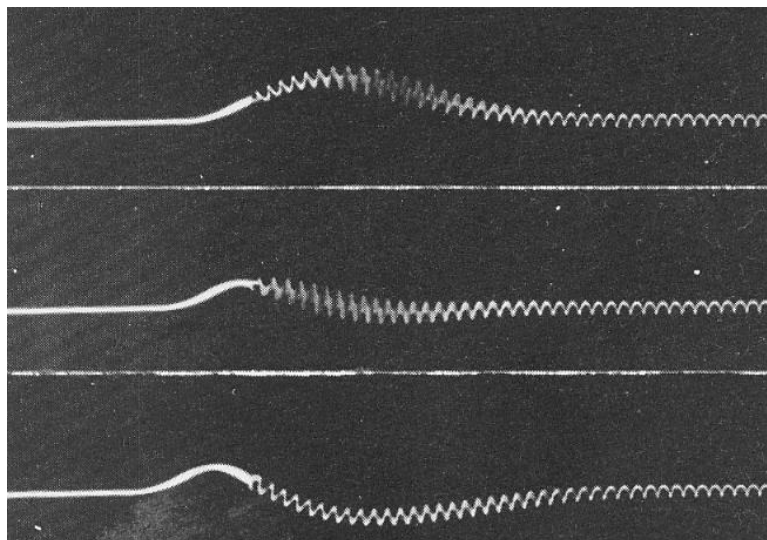


Fig. 3.17 Un'onda su una molla "leggera" proveniente da destra viene parzialmente riflessa e capovolta da una molla "pesante"ⁱ.

Quando la luce arriva su un *beam splitter*, invece, la situazione è un po' più complicata. Infatti il *beam splitter* è una lastrina con una faccia semiargentata (rappresentata in grigio in figura). Se la riflessione della luce si ha nel passaggio dall'aria alla parte argentata della lastrina, allora essa viene sfasata di π , come prima; se, invece, la riflessione avviene nel passaggio dalla lastrina all'aria, quindi da un mezzo che ha un indice di rifrazione maggiore di uno ad un altro mezzo con indice di rifrazione praticamente unitario, non si ha cambiamento di fase Fig. 3.18.

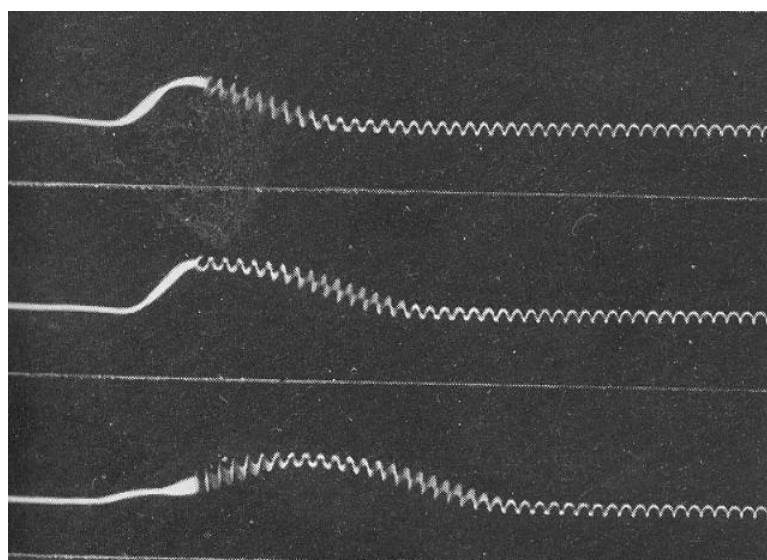


Fig. 3.18 Un'onda proveniente da sinistra in una molla "pesante" prosegue senza cambiamenti di fase in una molla "leggera"ⁱⁱ.

Inoltre ogni volta che la luce attraversa la lastrina essa subisce uno sfasamento, che dipende dall'indice di rifrazione della lastrina del *beam splitter* e dallo spessore attraversato. Allora ecco che cosa succede (Fig. 3.16): il primo specchio (B_1) che viene colpito dal fascio è semiriflettente e,

quindi, quando il fascio di partenza lo incontra, esso si divide in due. Seguiamo il percorso del fascio riflesso, cioè il fascio che sta nella porzione superiore del disegno. Dicevamo che esso viene riflesso da B_1 , quindi con un cambiamento di fase di π , poi viene completamente riflesso da S_2 , con un altro cambiamento di fase di π e, quando arriva in B_2 , si divide ulteriormente in due: metà va in R_1 e metà in R_2 . Facendo il conto delle riflessioni subite si può dire che la parte del fascio che arriva in R_1 subisce una ulteriore riflessione, stavolta senza cambiamento di fase per come è disposta la superficie riflettente, più due sfasamenti dovuti ai due percorsi nella lastrina trasparente di B_2 .

Il fascio che arriva in R_2 subisce un ulteriore sfasamento dovuto ad un percorso nella lastrina di B_2 .

Insomma, in R_1 arrivano due fasci: quello che ha seguito il percorso “alto” in Fig. 3.16 ha subito due riflessioni (in B_1 e in S_2), ciascuna con cambiamento di fase di π , più una riflessione senza cambiamento di fase (in B_2), più due sfasamenti dovuti a due “attraversamenti” di B_2 ; quello che ha seguito il percorso “basso” ha subito una riflessione con sfasamento di π (in S_1) più due sfasamenti dovuti uno all’“attraversamento” di B_1 , l’altro all’“attraversamento” di B_2 . Si capisce, così, che i due fasci che si vengono a sovrapporre e che giungono in R_1 risultano in opposizione di fase tra loro e, pertanto, R_1 non rivela alcuna luce: in R_1 si ha buio. Con un discorso del tutto analogo (ma che lasciamo al lettore) si trova, invece, che i due fasci che giungono in R_2 sono in fase tra loro e che pertanto in R_2 si vede luce.

Da quanto detto risulta chiaro che una qualsiasi variazione di uno dei due cammini ottici percorsi dalla luce, per esempio inserendo in uno di questi una lamina trasparente con indice di rifrazione diversa da quello dell’aria, si evidenzierà attraverso il cambiamento dell’intensità rivelata in R_1 e in R_2 e, da questa, si potrà risalire con grande precisione all’indice di rifrazione del materiale inserito o al suo spessore ecc.. E’ proprio questo uno degli utilizzi principali di questo interferometro.

Un problema di linguaggio

Nei paragrafi precedenti abbiamo succintamente descritto alcune ben note fenomenologie relative al comportamento ondulatorio delle onde nella materia (come esempio abbiamo utilizzato le onde nell’acqua) e della luce. Quelle nominate non sono certamente le uniche fenomenologie ondulatorie di rilievo; per esempio tutti sappiamo che hanno un comportamento ondulatorio anche le perturbazioni su una corda vibrante, il suono e le microonde. Nei prossimi paragrafi cercheremo di mettere in evidenza il fatto che, in opportune condizioni, anche i fasci di materia esibiscono un comportamento ondulatorio. Lo faremo discutendo in maniera del tutto fenomenologica alcuni esperimenti (alcuni dei quali decisamente recenti) di “ottica materiale”. Tradizionalmente tali esperimenti vengono presentati in un contesto quantistico, come esperimenti nei quali si evidenzia il comportamento ondulatorio delle particelle. Noi non faremo così e, invece, rileggeremo tutta la fenomenologia in modo del tutto simile a quanto abbiamo fatto precedentemente per le onde nell’acqua e per la luce.

Non è difficile effettuare esperimenti di interferenza e diffrazione con le onde nell’acqua o utilizzando la luce, soprattutto se disponiamo di un laser; molto più difficile è, invece, accorgersi del comportamento ondulatorio dei fasci di materia. Questo, in primo luogo, è dovuto al fatto che per avere interferenza dobbiamo disporre di fasci che si propaghino liberamente (e ciò si ottiene facilmente per le onde in un ondoscopio o per un fascio di luce, per il quale l’aria è praticamente trasparente); per i fasci materiali, in generale non è così, e la situazione è più complicata perché basta poca materia sul loro cammino per diffonderli o attenuarli di moltissimo.

Inoltre i fasci di luce, così come i “fasci sonori” o le onde nell’acqua non interagiscono con se stessi mentre, invece, i fasci materiali lo fanno (banalmente un fascio elettronico essendo carico negativamente tende ad allargarsi...). Gli esperimenti di ottica materiale analoghi ad esperimenti di ottica elettromagnetica dovranno, quindi, essere effettuati con pennelli poco autointeragenti, quindi di intensità sufficientemente bassa. Inoltre la produzione di fasci materiali non è sempre semplice e alcuni esperimenti di ottica materiale sono molto raffinati dal punto di vista tecnico (e questo è un altro dei motivi che hanno portato l’umanità a scoprire l’ottica materiale molto dopo l’ottica

ondulatoria; non è l'unico però, infatti, ad esempio, solo degli "accidenti storici" legati all'interpretazione dominante tra fine '800 e inizi '900, e non difficoltà tecnologiche, hanno portato prima all'identificazione dell'elettrone come particella e poi come onda. Ma si sa... è la teoria che ci dice che cosa è osservabile...).

Negli ultimi anni sono stati fatti molti esperimenti di interferenza con vari pennelli di materia e, siccome gli autori di tali esperimenti erano interessati agli aspetti tipicamente quantistici, nei loro articoli troviamo sempre una descrizione quantistica di ciò che accade. Noi, invece, siamo interessati ad una rilettura "col senno di poi" delle fenomenologie ondulatorie, ai fini di un ripensamento per scopi didattici e, pertanto, interpreteremo alcuni di questi esperimenti in maniera diversa da quanto fatto dai loro ideatori.

Un fascio di materia viene prodotto in un grande numero di modi e con varie apparecchiature: a partire da strumenti più domestici come quello di un tubo a raggi catodici, fino ad apparecchiature molto più complesse e poco "accessibili", come quelle di un reattore nucleare, dal quale si possono ottenere fasci neutronici.

Più avanti verranno illustrati vari esperimenti di questo tipo e si discuterà un po' più nel dettaglio quali siano i metodi più usati per produrre e utilizzare pennelli materiali per esperimenti di interferenza e diffrazione.

Ripetiamo: scopo delle pagine che seguono è fornire le prime idee per descrivere tali esperimenti in termini ondulatori senza, quindi, pensare al fascio materiale come costituito da un flusso di particelle perché, come si vedrà meglio in seguito, la rappresentazione in termini particellari è, spesso, impropria (funziona solo in alcuni casi particolari), e porta a numerosi aspetti paradossali.

Nasce, a questo punto, un problema di linguaggio. Nel descrivere esperimenti di ottica elettromagnetica classica, utilizziamo espressioni del tipo "presa un sorgente di luce..." oppure "un pennello luminoso..." ecc. e non invece frasi del tipo "un fascio di fotoni..."; infatti siamo in una situazione sperimentale per descrivere la quale non è necessario parlare di quanti del campo elettromagnetico. Invece, ad esempio, quando parliamo dell'esperimento di Davisson e Germer o spieghiamo il funzionamento di un microscopio elettronico, usiamo espressioni del tipo "un fascio di elettroni..." ecc., caratterizziamo cioè, il "tipo di materia" con la quale sperimentiamo attraverso il nome dei suoi quanti anche quando ciò non è necessario (lo vedremo) per descrivere l'esperimento. Un getto d'acqua che esce da un tubo per innaffiare non verrà chiamato dal giardiniere "fascio di molecole di H_2O " e quando sentiamo una corrente d'aria diciamo magari che c'è del vento e non un "flusso di una miscela di molecole di azoto, ossigeno, anidride carbonica ecc.". Per il cuoco la pentola è fatta di rame non di "molecole di rame".

Risulta allora evidente che, se vogliamo dare una presentazione didattica delle fenomenologie ondulatorie dei pennelli materiali, dovremo indicarli, di volta in volta, con nomi che non facciano esplicito riferimento ai loro quanti (ma poi quali quanti?... Perché si parla di fascio di neutroni e non di fascio di quark che, pure, "costituiscono" i neutroni?...) ma in maniera più generica. Parleremo, pertanto di pennello o di fascio elettronico, neutronico, di elio, ecc. ecc. Per motivi in un certo senso analoghi ai nostri ma in un contesto differente alcuni autori, per esempio F. Hermann che è fra i principali autori di un progetto didattico denominato Corso di Fisica di Karlsruheⁱⁱⁱ, hanno coniato il termine "electronium" per denominare la sostanza elettronica. Noi non seguiremo questo esempio, innanzitutto perché ci costringerebbe ad una serie di neologismi, alcuni dei quali anche un po' ridicoli; infatti quale fisico potrebbe esprimersi senza un certo senso di fastidio chiamando "neutronio" la sostanza i cui quanti sono i neutroni e "alfonio" la sostanza i cui quanti sono le particelle alfa?

Da un punto di vista didattico nasce anche un secondo problema: mentre la luce e l'acqua fanno parte dell'esperienza quotidiana, ciò non è vero per un fascio elettronico o neutronico... dovremo quindi, dal punto di vista didattico, trovare un modo per familiarizzare con tali fasci, insomma un modo per caratterizzarli, sia pure a grandi linee; in modo da conoscerne alcune proprietà, senza ovviamente riferirsi ai loro quanti... E' un modo un po' inusuale di procedere, ma, vedrete, ha i suoi vantaggi concettuali e didattici.

Insomma, quello che vogliamo costruire è un'ottica "classica" dei pennelli materiali, in modo da dare di questi una descrizione non quantistica basata sull'introduzione di opportuni campi materiali "classici" obbedienti ad una precisa equazione delle onde. Infatti, gli effetti quantistici non sono necessari a spiegare i fenomeni di interferenza e diffrazione più di quanto non lo siano per spiegare la diffrazione e l'interferenza della luce. Per costruire una teoria dei pennelli materiali classici vedremo che avremo bisogno di un campo materiale non ancora quantizzato analogo al campo elettromagnetico "classico". Ma alcuni cenni di teoria li forniremo nel prossimo capitolo; nel quale arriveremo a scrivere un'equazione, detta equazione di Klein-Gordon, dalla quale si ricaverà un'altra equazione delle onde che pur essendo "completamente classica" ha la stessa forma dell'equazione di Schrödinger... In questo capitolo, invece, ci occuperemo solo di fenomenologia. Detto in modo un po' enfatico la nostra tesi è che gli aspetti ondulatori dei pennelli materiali costituiscano un "pezzo di fisica non quantistica" che è "accidentalmente" finito in un periodo di fisica quantistica...(anche se ovviamente si possono ricostruire le motivazioni storiche di questo fatto...).

Nei seguenti capitoli introdurremo i quanti per descrivere le interazioni.

Quanto abbiamo appena scritto è un esempio di quanto asserito nel cap. 2 a proposito della inadeguatezza didattica della distinzione tradizionale tra fisica classica e fisica moderna. Infatti in tutte le presentazioni dei manuali l'ottica fisica fa parte della fisica classica mentre l'ottica materiale rientra nella fisica moderna. Noi preferiamo fare una distinzione diversa a seconda che siano importanti o meno gli aspetti quantistici e quindi, a seconda che consideriamo o meno le interazioni...

Ottica dei pennelli materiali

Vogliamo qui presentare alcuni esperimenti di ottica materiale, esperimenti nei quali l'aspetto ondulatorio dei pennelli di materia è particolarmente evidente. Come abbiamo già abbondantemente detto, il nostro scopo è quello di fornire un quadro nel quale poter collocare una presentazione didattica della fisica quantistica. Perciò non staremo qui a fornire molti dettagli, per quanto utili, degli esperimenti che descriveremo, e questo essenzialmente per motivi di spazio, nella speranza che il quadro che vogliamo fornire emerga lo stesso con una certa chiarezza. In ogni caso, per chi volesse approfondire quanto scritto, in nota si troveranno alcuni riferimenti bibliografici essenziali.

Interferenza con pennelli elettronici

Qui di seguito vogliamo dare un quadro di riferimento per una presentazione didattica degli argomenti. In questa sezione ci occuperemo dei pennelli elettronici perché gli esperimenti con questi sono facilmente disponibili. La discussione sarà pertanto più dettagliata e servirà come esempio per costruire il quadro generale. Più avanti, invece, faremo alcuni accenni, secondo noi illuminanti, sul comportamento ondulatorio della materia.

Produzione di un pennello elettronico

Un pennello elettronico viene prodotto da un cosiddetto cannone elettronico. Un esempio di tale strumento è schematizzato in Fig. 3.19.

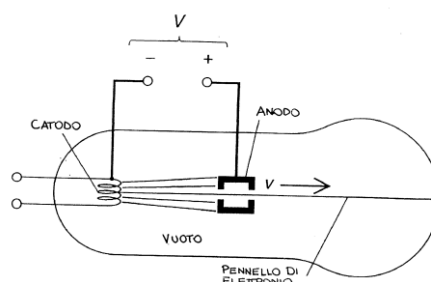


Fig. 3.19 Schema di cannone elettronico.

In un'ampolla in cui è praticato il vuoto viene riscaldato un filamento metallico (che funziona da catodo). Ad una certa distanza dal catodo si ha un anodo che, essendo forato, funziona anche da collimatore del pennello che viene generato dal filamento. Tra catodo e anodo viene stabilita una opportuna differenza di potenziale che serve ad accelerare il fascio prodotto.

Vedremo che il fascio in uscita dal cannone elettronico si può considerare monoenergetico (l'analogo di un fascio monocromatico elettromagnetico), nel senso che ogni porzione di uguale massa del fascio avrà all'incirca la stessa energia. Per come è stato costruito il "cannone", inoltre, il fascio è anche abbastanza collimato.

Caratteristiche di un pennello elettronico

Abbiamo detto che è importante caratterizzare i fasci materiali in base alle loro proprietà. Non avremo il tempo per mostrare come caratterizzare ogni pennello che in seguito considereremo ma, almeno in questo caso, e a titolo di esempio, proviamo a farlo (e ricordiamoci che non vogliamo dire che il pennello prodotto è un flusso di elettroni... e che stiamo pensando ad un approccio didattico, quindi vogliamo fare cose facili...).

Per studiare le caratteristiche di un pennello elettronico si devono condurre esperimenti nel vuoto, altrimenti il fascio prodotto dal cannone elettronico, in un qualunque mezzo, anche poco denso come l'aria, verrà assorbito o disperso dopo aver percorso pochi millimetri.

1) Mostriamo innanzitutto che il pennello elettronico è carico (caratteristica, questa, che lo differenzia immediatamente da un pennello elettromagnetico, col quale degli alunni di scuola superiore potrebbero confonderlo). Che un pennello elettronico sia carico, in un certo senso lo sappiamo già, per come è fatto il cannone elettronico; possiamo però, controllarlo con maggior precisione. E' possibile far passare il fascio in un campo magnetico e misurare la curvatura del pennello (o avvicinare un calamita ad un cannone elettronico posto in un'ampolla e vedere che cosa succede...).. Dalla Fig. 3.20 possiamo già trarre alcune informazioni:

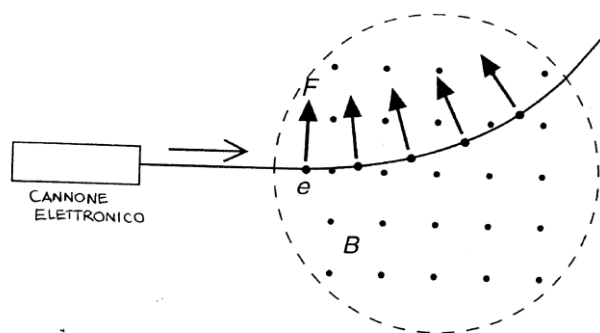


Fig. 3.20 Curvatura di un pennello elettronico in campo magnetico.

l'esperienza rivela che il pennello elettronico è carico negativamente, infatti posto in un campo magnetico (uscente dal piano del foglio, per come è qui rappresentato) subisce una forza di Lorentz con direzione che evidenzia il segno negativo della carica elettrica.

2) Un fascio elettronico si propaga in linea retta. Per mostrare questo fatto basta disporre di un fascio elettronico e porre sul suo cammino un ostacolo come la croce di Malta della Fig. 3.21.

Sullo schermo fluorescente posto al di là di questa si vede un'ombra nera che ha la "stessa forma" della croce. L'esperimento è del tutto analogo a quanto si fa in ottica elettromagnetica e la conseguenza che ne traiamo anche è la stessa: il pennello elettronico si propaga in linea retta.

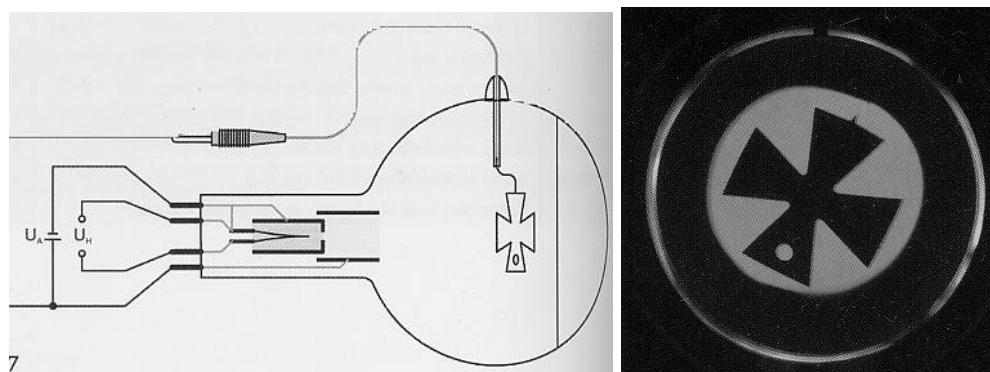


Fig. 3.21 A sinistra: schema dell'apparato per mostrare la propagazione rettilinea di un pennello elettronico.
A destra: ombra prodotta sulla parete fluorescente da una croce di Malta.

3) Inoltre un fascio elettronico mostra anche il fenomeno della rifrazione. Come viene scritto infatti da Patric Muggli: “La rifrazione della luce ad un’interfaccia è familiare come l’arcobaleno o come lo “spezzarsi” di una penna in un bicchiere d’acqua. Noi qui mostriamo che anche[...] un fascio elettronico [accelerato] da 28.5×10^9 V può essere deflesso di più di un milliradiante [nel passare] attraverso la superficie di separazione tra un plasma e un gas - il fascio elettronico è allontanato dalla normale all’interfaccia, proprio come la luce che lascia un mezzo di indice di rifrazione più alto.”^{iv}

4) Un’altra caratteristica fondamentale che differenzia un pennello elettronico da un pennello elettromagnetico è quella di essere dotato di massa e di essere uniformemente carico. E’ possibile, con un esperimento piuttosto semplice, calcolare la sua carica per unità di massa. Abbiamo in mente un famoso esperimento al quale normalmente ci si riferisce come ad un esperimento per misurare il rapporto e/m tra la carica e la massa dell’elettrone; solo che nel nostro contesto lo vogliamo presentare senza fornire alcuna interpretazione particellare. E’ un esperimento molto semplice e, in generale, ben noto, noi ve lo ripresentiamo svolgendo i calcoli con qualche dettaglio per mostrare il nuovo punto di vista.

Si è già detto che molti degli esperimenti che coinvolgono pennelli elettronici devono essere condotti nel vuoto o, comunque, in un ambiente a bassa pressione, per esempio all’interno di un’ampolla; pena l’immediata “scomparsa” del pennello.

Consideriamo, quindi, un’ampolla contenente dell’elio a bassa pressione e al cui interno è presente un cannoncino elettronico. L’ampolla è inserita fra due bobine di Helmholtz (bobine uguali e disposte parallelamente tra loro ad una distanza pari al loro raggio). Si può dimostrare che le due bobine, percorse dalla stessa intensità di corrente, generano un campo magnetico abbastanza uniforme nello spazio in cui è situata l’ampolla.

Mettendo in funzione il cannoncino, nell’ampolla si visualizza il pennellino elettronico, infatti, così come accade quando del fumo o della polvere di gesso rendono visibile il pennello di luce di un fascio laser, similmente il pennello elettronico diviene visibile dalla ionizzazione del gas presente nell’ampolla. In pratica, dove si osserva la luce, lì è presente il pennello elettronico. Facendo circolare corrente nelle bobine si genera un campo magnetico e il pennello elettronico comincia a incurvarsi per effetto della forza di Lorentz (Fig. 3.22). Per valori opportuni della corrente nelle bobine e della differenza di potenziale accelerante ΔV , il pennello si incurva lungo una circonferenza che si chiude all’interno dell’ampolla e della quale si può misurare il raggio (Fig. 3.22).

Dalla misura del raggio di curvatura del fascio elettronico e dall’intensità nota del campo magnetico, è possibile calcolare la sua carica specifica. Ecco come.

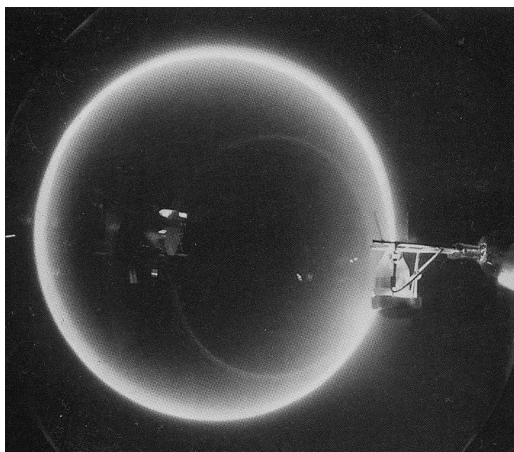


Fig. 3.22 All'interno di un'ampolla in vetro (appena visibile nella foto) un fascio elettronico ruota lungo una circonferenza per effetto del un campo magnetico prodotto da due bobine di Helmholtz. La traccia luminosa prodotta dal fascio è dovuta all'eccitazione dell'elio a bassa pressione presente nell'ampolla.

Osserviamo innanzitutto che il pennello elettronico è uniformemente carico, infatti l'anello luminoso che appare nell'ampolla ha una sezione di dimensione costante. Se il pennello non fosse uniformemente carico, per l'espressione matematica della forza di Lorentz, due porzioni infinitesime con rapporto carica su massa differente viaggierebbero su traiettorie differenti e la sezione dell'anello luminoso non sarebbe più costante: il pennello si allargherebbe. Schematizziamo il filamento carico come in Fig. 3.23.

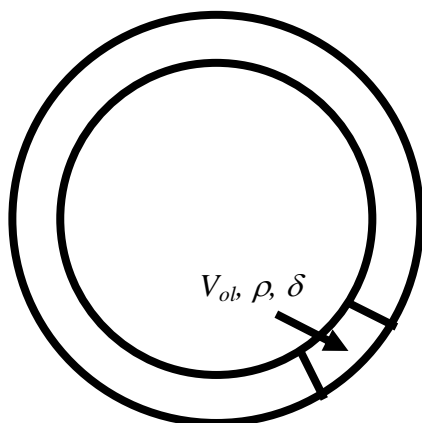


Fig. 3.23 Un volumetto V_{ol} del pennello elettronico di Fig. 3.22 con densità di carica ρ e densità di massa δ

Possiamo associare, ad ogni porzione del filamento di volume infinitesimo V_{ol} , una carica ρV_{ol} e una massa δV_{ol} e scrivere le seguenti relazioni (con ovvia simbologia):

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{\text{Lorentz}} = F_{\text{centripeta}} \Rightarrow \delta \cdot V_{ol} v B = \rho V_{ol} \frac{v^2}{r} \\ E_{\text{cinetica}} = - E_{\text{potenziale}} \Rightarrow \frac{1}{2} \delta \cdot V_{ol} v^2 = \rho V_{ol} \Delta V \end{array} \right. \quad (3.5)$$

Dalla prima delle due relazioni è possibile ricavare il valore della velocità v del pennello:

$$\mathbf{v} = \frac{\rho Br}{\delta} \quad (3.6)$$

sostituendo tale valore nella seconda si ha:

$$\frac{\rho}{\delta} = \frac{2\Delta V}{B^2 r^2}. \quad (3.7)$$

Sostituendo i dati sperimentali nella precedente relazione troviamo $\rho/\delta \sim 1.76 \times 10^{11}$ C/kg. Tale valore è molto elevato, per capire quanto, infatti osserviamo che due porzioni da 1 kg ciascuno della sostanza in questione, posti ad un metro di distanza fra loro, risulterebbero sottoposti ad una forza di circa 10^{32} newton!

4) Altri esperimenti si possono fare per studiarne le proprietà “macroscopiche”, per esempio facendolo incidere contro un mulinello e osservando che così facendo il mulinello inizia a girare e che, quindi il pennello elettronico trasporta quantità di moto ecc.. Noi non ci addentreremo nello studio di altre proprietà, quello che ci premeva mostrare è che è possibile con la discussione di semplici esperimenti, caratterizzare un pennello elettronico senza fare riferimento ai suoi quanti, così come in fisica classica accade per la luce;... un pennello elettronico è qualcosa prodotto da un cannoncino elettronico (strumento che sappiamo descrivere) carico negativamente, dotato di massa e con carica specifica di circa -1.76×10^{11} C/kg e che produce delle “ombre” in maniera analoga alla luce.

Ciò che si vuole mostrare ora è che è possibile realizzare, con un pennello elettronico, un esperimento di interferenza del tutto analogo ad un esperimento di interferenza con un pennello elettromagnetico.

Interferenza elettronica da doppia fenditura

Probabilmente il primo esperimento di interferenza di un fascio elettronico prodotto da una doppia fenditura è l'esperimento effettuato da C. Jonsson e collaboratori all'università di Tubinga nel 1961^v. La figura di diffrazione è ottenuta in maniera analoga all'esperimento di Young effettuato con la luce: un fascio elettronico viene fatto incidere su uno schermo di rame con alcune fenditure parallele (fino ad un massimo di cinque) aventi $0,3 \mu\text{m}$ di larghezza e separate fra loro da circa $1 \mu\text{m}$, ottenute con una particolare tecnica.

In Fig. 3.24 si può vedere il *pattern* ottenuto nell'esperimento e la sua grande analogia con l'esperimento della doppia fenditura effettuato in luce visibile.

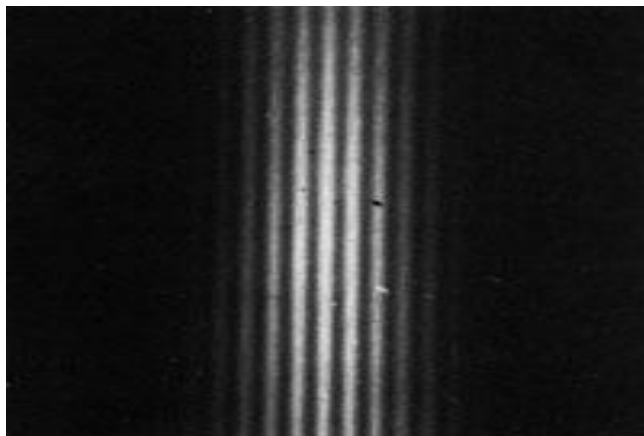


Fig.3.24 Interferenza elettronica da doppia fenditura. Immagine tratta da: C. Jonsson *Zeitschrift fur Physik* **161**, 454; Springer (1961).

Il biprisma elettronico

Il biprisma elettronico è un dispositivo inventato da Moellenstedt nel 1955 all'Università di Tubingen^{vi}. L'idea è quella di costruire un apparato che “funzioni” per un pennello elettronico nello stesso modo in cui un bisprisma ottico “funziona” per la luce; si tratta cioè di dividere in due un unico fascio incidente e poi ricomporre le due parti per farle interferire.

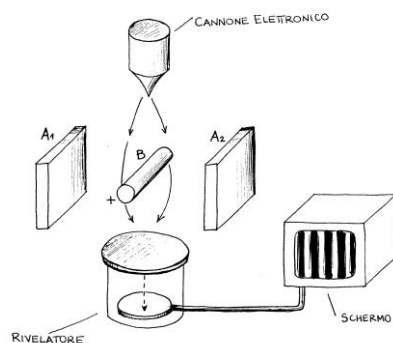


Fig. 3.25 Schema di biprisma elettronico

In Fig. 3.25 è mostrato l'apparato. Al centro di due piatti metallici collegati a terra A_1 e A_2 , è posto un sottilissimo filo carico positivamente B . Un pennello elettronico emesso da un cannone, e diretto verso il filo carico, viene da quest'ultimo separato in due parti che si vanno a sovrapporre poco dopo perché deflesse dalla carica positiva del filo.

Per la geometria dell'apparato, si può dimostrare che porzioni di pennello diverse, che giungono anche a distanze diverse dal filo carico positivamente, vengono deflesse dello stesso angolo. Potremmo dire che la deflessione di tutti i "raggi" elettronici è la stessa, proprio come avveniva per i raggi luminosi rifratti dal biprisma di Fresnel. Un po' a occhio, questo si può capire pensando che il campo elettrico generato dal filo decresce in maniera inversamente proporzionale alla distanza dal filo stesso, mentre i raggi elettronici sono deflessi lungo una curva tanto più ampia quanto più sono lontani dal filo centrale, così che i due effetti si bilanciano.

Ponendo ora un rivelatore (per esempio uno schermo televisivo) nella zona di sovrapposizione dei due pennelli elettronici "rifratti" è possibile osservare che si ottiene una figura di interferenza del tutto analoga alla figura ottenuta con pennelli luminosi attraverso il biprisma di Fresnel.

La figura di interferenza che mostriamo qui (Fig. 3.26) è stata ottenuta in un esperimento di interferenza con pennelli elettronici da A. Tonomura nel 1989. Lo strumento da lui utilizzato risulta essere dello stesso tipo di quelli realizzati da Moellenstedt, ma perfezionato dal punto di vista tecnico. Tonomura utilizza un microscopio elettronico invece di un cannone elettronico e tutto l'apparato è un po' più raffinato ma lo schema dell'esperimento è il medesimo. Per la verità Tonomura era interessato agli aspetti quantistici e l'esperimento viene da lui effettuato con un pennello elettronico di intensità così bassa da avere sullo schermo "un elettrone per volta" (siamo così senz'altro nella condizione di non autointerferenza del pennello...). La figura qui mostrata è quella ottenuta lasciando funzionare l'esperimento per un tempo sufficientemente lungo da ottenere "per bene" le frange di interferenza. Nella nostra presentazione didattica, però, non è ancora venuto il momento, la necessità, di introdurre i quanti e, quindi, rileggiamo l'esperimento come esperimento ad "alta" intensità e non ci preoccupiamo degli elettroni...

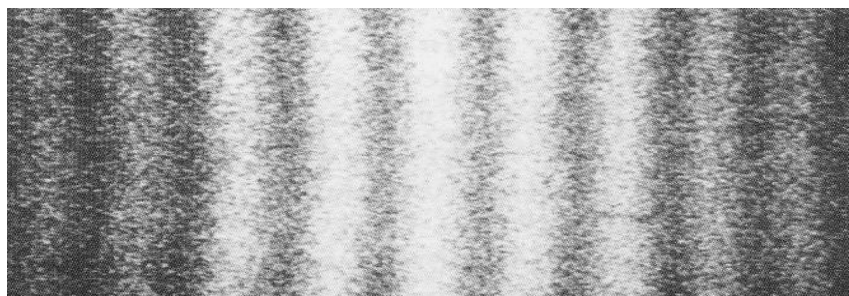


Fig. 3.26 Frange di interferenza da biprisma elettronico.

Il risultato ottenuto da Tonomura non lascia dubbi: si è in presenza di un fenomeno ondulatorio, infatti è possibile interpretare la distanza tra le frange per mezzo dello stesso modello geometrico-

fenomenologico che descrive i fenomeni di interferenza di onde elettromagnetiche o di onde nell'acqua (quello, per intenderci, in cui si dice che si ha un massimo quando la differenza dei cammini ottici è un multiplo intero della lunghezza d'onda, ecc.). Quindi, proprio come si può fare per un'onda elettromagnetica, è possibile determinare la lunghezza d'onda del fascio elettronico dalla misura della distanza tra le bande chiare e scure e dai dati sulla geometria dell'apparato sperimentale.

Legame tra velocità e lunghezza d'onda per i pennelli elettronici

Proviamo ad andare un po' più in dettaglio (ricordiamoci che vogliamo fornire un quadro per una presentazione didattica alle superiori...). Abbiamo detto che dalla figura di interferenza prodotta da un'onda elettromagnetica è possibile ricavare la lunghezza d'onda della radiazione che l'ha prodotta. Nell'interferenza da biprisma, la distanza L tra due frange chiare (che si ottiene misurando la distanza tra i due punti centrali di due frange chiare consecutive) è costante per tutta la figura di interferenza e vale:

$$L = \lambda \frac{D}{d} \quad (3.8)$$

dove D è la distanza tra lo schermo e le sorgenti virtuali e d è la distanza tra le due sorgenti virtuali del biprisma di Fresnel. È immediato, allora, ricavare λ .

Ci chiediamo ora se sia possibile procedere, in modo analogo a quanto si fa per un fascio elettromagnetico, anche per un fascio elettronico: in altre parole, è davvero adeguato, come precedentemente asserito, il modello ondulatorio per spiegare la figura osservata?

La prima cosa da mettere in luce è che anche nel caso di biprisma elettronico le frange sono equispaziate e, quindi, possiamo utilizzare la relazione precedente per introdurre una lunghezza λ che viene interpretata come lunghezza d'onda (anche per la luce facciamo lo stesso...).

In un esperimento con un pennello elettromagnetico, però, possiamo variare la frequenza della radiazione incidente (per esempio per mezzo di filtri monocromatori differenti); nel caso del pennello elettronico l'unica cosa che possiamo fare è variare la differenza di potenziale accelerante il fascio e guardare l'eventuale cambiamento nella figura di interferenza. La spaziatura tra le frange subisce variazioni? Tali variazioni sono conformi al modello ondulatorio? Gli esperimenti ci dicono che la risposta alle precedenti domande è affermativa. Infatti sperimentalmente si osserva che al cambiare della differenza di potenziale le frange della figura di interferenza si mantengono equispaziate, ma cambia la distanza tra le stesse. Inoltre i cambiamenti della figura di interferenza avvengono proprio secondo le previsioni del "modellino" ondulatorio sopra esposto.

Possiamo dunque concludere che un pennello elettronico non autointeragente mostra un comportamento di tipo ondulatorio molto simile a quello di un pennello elettromagnetico. Vedremo che un comportamento di questo tipo è del tutto generale.

Il seguente grafico (Fig. 3.27) è ricavato da misure sperimentali e mostra come varia la lunghezza d'onda associata ad un pennello elettronico in funzione della differenza di potenziale accelerante (per lo meno fino a quando consideriamo pennelli non relativistici...).

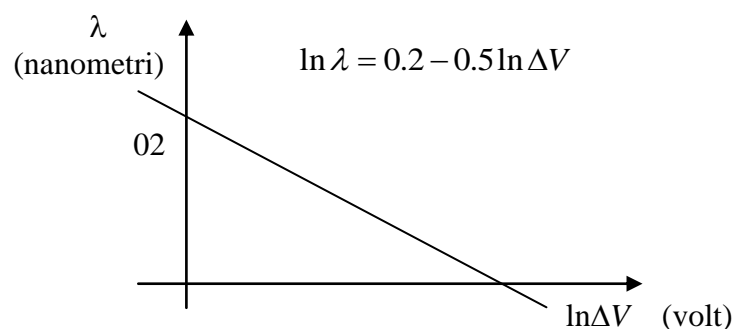


Fig. 3.27 Lunghezza d'onda di un pennello elettronico in funzione del potenziale accelerante.

Il legame sperimentale è, quindi, circa il seguente:

$$\lambda = \frac{1.22}{\sqrt{\Delta V}} \quad (3.9)$$

dove la lunghezza d'onda è espressa in nanometri e la differenza di potenziale è espressa in volt. Da tale relazione si ricava immediatamente che per ottenere pennelli della lunghezza d'onda di qualche angström bastano differenze di potenziale dell'ordine di 100 volt.

In un tipico esperimento alla Tonomura un pennello elettronico viene accelerato da una differenza di potenziale circa di 50 kV e si ottiene, per esso, una $\lambda = 5 \times 10^{-12}$ m, che è di parecchi ordini di grandezza inferiore alla lunghezza d'onda caratteristica dello spettro elettromagnetico visibile.

Se è interessante, dal punto di vista sperimentale, il legame tra lunghezza d'onda e differenza di potenziale accelerante, lo è ancora di più la relazione tra la lunghezza d'onda e la velocità del pennello. Ecco come si ricava. Per quanto appena visto vale la relazione

$$\lambda = \frac{1.22}{\sqrt{\Delta V}} \Rightarrow \Delta V = \frac{(1.22)^2}{\lambda^2} \quad (3.10)$$

mentre, per la conservazione dell'energia di una porzione del pennello di massa δV_{ol} , come già visto precedentemente per ricavare il rapporto tra la densità di carica e la densità di massa, si ha:

$$\frac{1}{2} \delta V_{ol} v^2 = \rho V_{ol} \Delta V \rightarrow v^2 = 2 \Delta V \frac{\rho}{\delta} \quad (3.11)$$

dalle due relazioni ottenute si ha quindi:

$$v^2 = 2 \frac{(1.22)^2}{\lambda^2} \frac{\rho}{\delta} \quad (3.12)$$

Ora, sapendo che $\frac{\rho}{\delta} = 1.7 \times 10^{11}$ C/kg, si ottiene:

$$v \approx 10^6 \frac{1}{\lambda} \quad (3.13)$$

dove la velocità è espressa m/s e la lunghezza d'onda in nanometri. Come si vede il legame tra velocità del pennello e sua lunghezza d'onda (presentato pressoché da tutti i testi come collegato alle relazioni di De Broglie) è ricavabile senza fare alcuna ipotesi sulla costituzione “elementare” del pennello e, perciò non ha, nulla di quantistico.

Ottica neutronica

I pennelli neutronici sono estremamente utili per studiare gli aspetti ondulatori della materia perché sono dotati di massa e, pur avendo una carica nulla, interagiscono ugualmente col campo elettromagnetico.

Un fascio neutronico termico viene generalmente prodotto da un reattore nucleare (anche in questo caso, così come abbiamo fatto per i pennelli elettronici, non considereremo i pennelli neutronici come “fatti da” un insieme di neutroni, immaginiamo, invece, di caratterizzarli in base alle loro proprietà macroscopiche: sono neutri, trasportano quantità di moto, hanno un velocità variabile ecc. ecc.,...ma non stiamo qui a descrivere dettagliatamente come facciamo a caratterizzarli).

Diffrazione di fasci neutronici

Un fascio neutronico viene collimato da un sistema di fenditure collocate lungo il cammino (Fig. 3.28)^{vii}. Un prisma di rifrazione, in grado di ruotare attorno ad un asse verticale, funge da monocromatore e consente di selezionare la lunghezza d'onda del fascio nell'intervallo tra 15\AA e 30\AA . Lungo il cammino all'interno dell'apparato, in cui è fatto il vuoto, viene inserito uno schermo diffrangente (costituito, a seconda del caso, da una o da due fenditure) e all'estremità opposta è collocato un rivelatore. Una fenditura, posta davanti al rivelatore, viene fatta slittare e mantenuta ferma per intervalli di tempo regolari in modo tale da permettere la raccolta dei dati sperimentali per la costruzione della figura di diffrazione.

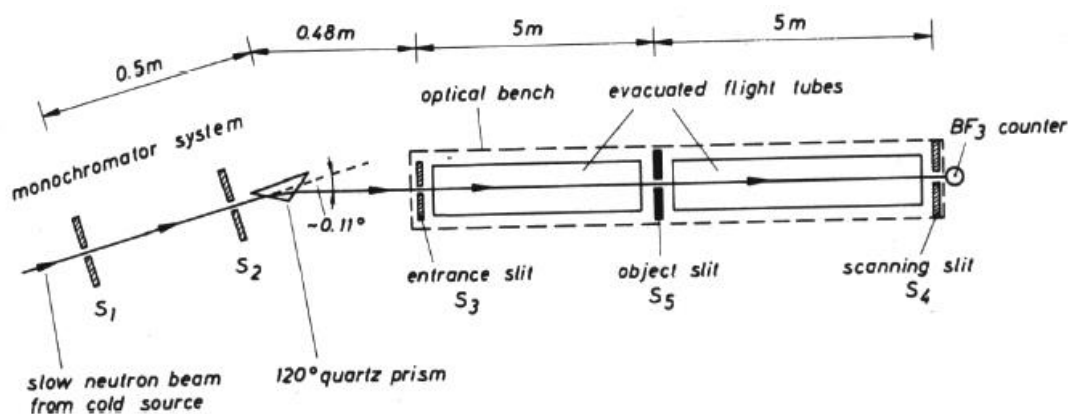


Fig. 3.28 Tratta da: Rev.Mod.Phys., **60** (1988) 1067-73.
Apparato sperimentale per la diffrazione di un fascio neutronici.

Gli esperimenti mostrati in Fig. 3.29 sono realizzati utilizzando una singola fenditura di spessore pari a $90\text{ }\mu\text{m}$ e con una lunghezza d'onda del pennello neutronico di circa $19\text{ }\text{\AA}$. Come si può osservare la figura di diffrazione, risultato di 320 ore complessive di misurazioni è in ottimo accordo con le previsioni teoriche (linea continua).

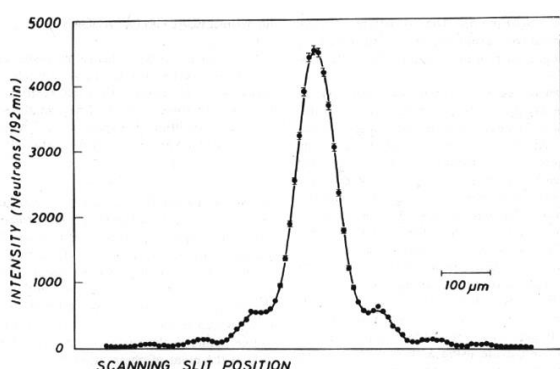


Fig. 3.29 Tratta da: Rev.Mod.Phys., **60** (1988) 1067-73
Diffrazione di un fascio neutronico da singola fenditura.

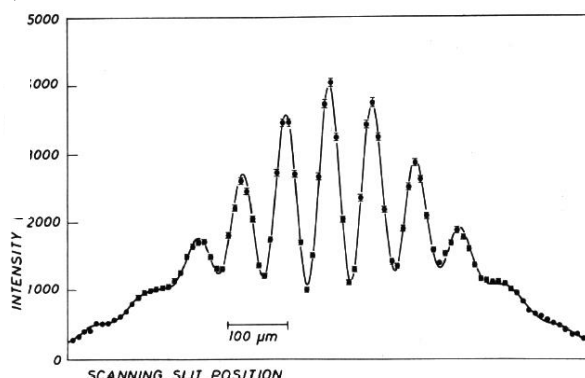


Fig. 3.30 Tratta da: Rev.Mod.Phys., **60** (1988) 1067-73.
Diffrazione di un fascio neutronico da doppia fenditura.

In Fig. 3.30 possiamo vedere la figura di interferenza, prodotta da una doppia fenditura ottenuta inserendo un filo di boro all'interno di una fenditura di $150\text{ }\mu\text{m}$ di spessore, e utilizzando un

pennello neutronico con lunghezza d'onda di circa 18\AA . Anche in questo caso si registra un ottimo accordo fra l'andamento teorico e i dati sperimentali raccolti in 210 ore di misurazioni^{viii}.

Interferometria neutronica

Fasci neutronici per interferometria sono stati utilizzati anche da H. Rauch^{ix}, a partire dagli anni '80, del secolo scorso per una serie di importanti esperimenti.

Noi descriveremo un esperimento, basato su una versione per pennelli neutronici dell'interferometro di Mach-Zender (ma Rauch e i suoi collaboratori hanno fatto anche molti altri esperimenti con diversa "geometria" dell'apparato).

Un pennello neutronico, prodotto dal moderatore di un reattore nucleare, viene collimato e reso monocromatico ($\Delta\lambda/\lambda$ dell'ordine dell'1%, $v_{\text{fascio}}=2200\text{ m/s}$) e fatto incidere su un divisore di fascio A (Fig. 3.31) che lo divide in due pennelli i quali, a loro volta, vengono suddivisi dal divisore di fascio B. I due fasci più esterni, uscenti da B non intervengono nell'esperimento. Gli altri due convergono in C dove, ciascuno di essi, viene suddiviso in altri due pennelli che si sovrappongono all'uscita da C e vengono rivelati dai due rivelatori R1 ed R2. E' chiara l'analogia con l'interferometro elettromagnetico di Mach-Zender.

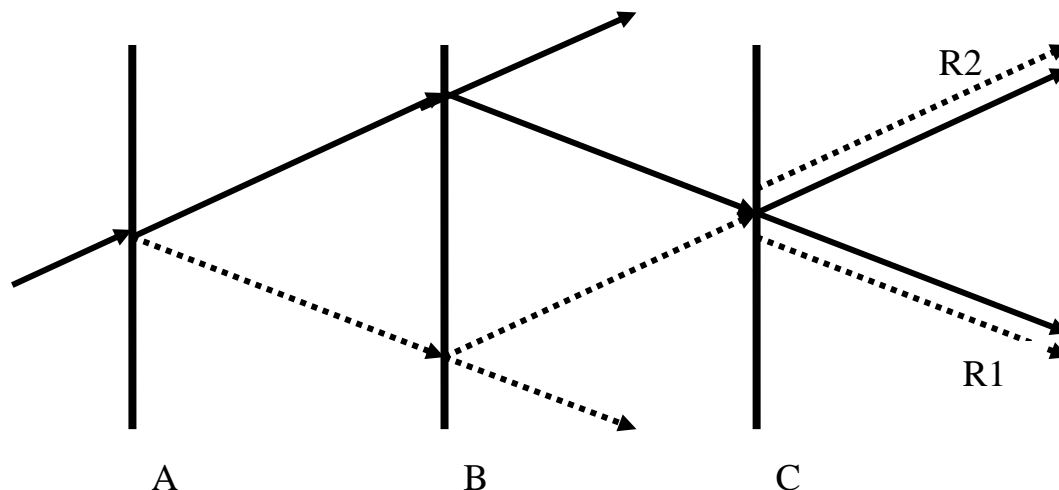


Fig. 3.31 Schema di interferometro per pennelli neutronici

Nella sua realizzazione sperimentale i migliori risultati sono stati ottenuti col metodo detto "del cristallo perfetto". L'interferometro è, cioè, costituito da un monocristallo perfetto (cioè praticamente senza impurità o irregolarità) di silicio, di circa 10 cm di lunghezza, sagomato a forma di "E" come in Fig. 3.32 "Un pennello incidente è separato coerentemente dalla prima faccia sporgente del cristallo, riflessa da quella di mezzo e sovrapposta coerentemente sulla terza faccia. Da considerazioni di simmetria molto generali segue immediatamente che i pennelli elettronici che arrivano a R2 seguendo i due diversi cammini sono uguali e in fase, infatti essi sono, trasmesso-riflesso-riflesso e riflesso-riflesso-trasmesso rispettivamente"^x.

Analogamente a quanto succede nella versione elettromagnetica, se i due cammini ottici sono uguali, in solo uno dei due rivelatori (e cioè in R2) si riceve un segnale che mostra la presenza del pennello; se, invece, si altera il cammino "ottico" in uno dei due percorsi, per esempio inserendo una sbarretta di alluminio o di gadolinio, l'intensità del fascio in ciascuno dei due rivelatori cambia in accordo con le regole dei fenomeni di interferenza. In generale, oltre ad una attenuazione del fascio, ciò che si osserva è che, in tal caso, entrambi i rivelatori registrano un segnale.

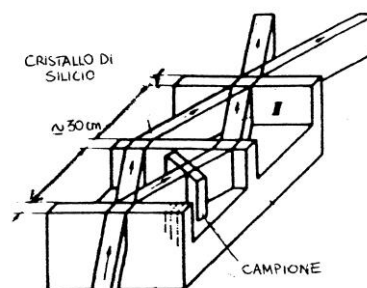


Fig. 3.32 Interferometro per pennelli neutronici.

L'analisi dettagliata dei dati sperimentali mostra, in modo molto chiaro, che è possibile interpretare la fenomenologia attribuendo di volta in volta una specifica lunghezza d'onda al pennello neutronico.

Come in quasi tutti gli esperimenti che descriveremo, anche questi esperimenti sono pensati come esperimenti a singolo quanto ma, così come abbiamo fatto nel caso dei pennelli elettronici, nulla ci vieta di pensare a questi esperimenti come esperimenti ad “elevata” intensità, ed è proprio questo che abbiamo fatto in questa sede, nella quale non ci siamo ancora occupati degli aspetti “particellari”.

Interferenza con fasci di neon

Un altro interessante esperimento di interferenza è stato realizzato a Tokyo nel 1992 da Fujio Shimizu^{xi} e collaboratori con pennelli materiali più “consueti”. Un pennello di neon ultrafreddo cade per gravità, così che l'interferometro, costituito fondamentalmente da una doppia fenditura, viene allineato verticalmente. La figura di interferenza è stata osservata per velocità del fascio variabili da 0 a 2 m/s, Fig. 3.33. Nella parte alta della figura il *pattern* è più confuso perchè durante l'esperimento la doppia fenditura si è danneggiata.

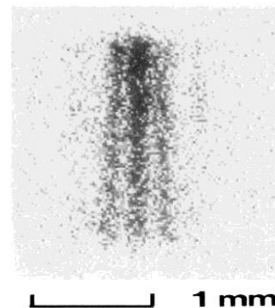


Fig. 3.33 Pattern di interferenza da doppia fenditura per un pennello di neon che cade per gravità.
Tratto da Phys. Rev. A **46**, 17 - 20 (1992)

Interferenza con fullerene

Uno splendido esperimento nel quale si rivela ancora una volta il comportamento ondulatorio di un pennello materiale è stato effettuato dal fisico A. Zeilinger^{xii} a Innsbruck..

Il fullerene (scoperto nel 1985) è un composto del carbonio la cui formula chimica è C_{60} (ma esiste anche la versione C_{70}). Per prepararlo ci sono dei metodi di produzione in massa, delle quali non ci occuperemo, come al solito..., ci basti sapere che si compra da aziende specializzate. Per effettuare l'esperimento che vogliamo descrivere occorre passare per una fase di preparazione: il fullerene viene posto in un forno a temperatura sufficientemente alta perché possa sublimare (circa 900K – 1000K), quindi esce dal forno alla velocità di circa 220 m/s, viene successivamente raccolto e collimato e, in tal modo si ottiene un pennello che viene fatto incidere su un reticolo di diffrazione consistente in aperture di 50 nm di larghezza con un periodo di 100 nm. Al di là del reticolo, la sua intensità viene misurata in funzione della posizione, da un opportuno apparato di misura, come in Fig. 3.34.

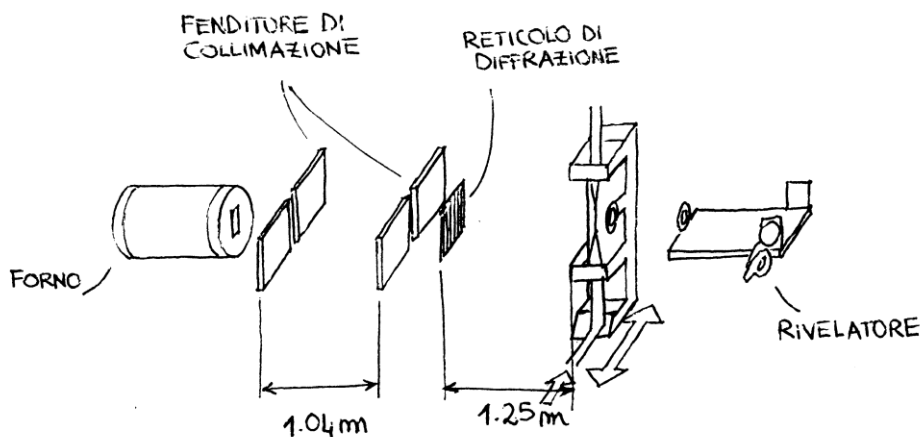


Fig. 3.34 Schema sperimentale per interferenza con fullerene

I risultati della misura (Fig. 3.35) mostrano una tipica figura di interferenza interpretabile in base alla teoria della diffrazione di Kirchhoff e forniscono una lunghezza d'onda media del pennello λ di circa $50\text{ }\mu\text{m}$ che si può ricavare facilmente dalla ben nota relazione:

$$h \sim \lambda/d \quad (3.14)$$

Essendo h la distanza tra due massimi di diffrazione, l la distanza tra il reticolo e il piano su cui si rivela la figura di diffrazione e d la distanza tra le fenditure del reticolo.

Osserviamo ancora, come prima, che anche questi esperimenti sono pensati dai loro autori come esperimenti effettuati con “oggetti grandi”, noi almeno a questo stadio della nostra presentazione facciamo diversamente...

Focalizzazione di elio per diffrazione

Dopo aver preso in considerazione il comportamento di vari pennelli di materia è ormai chiaro che è possibile associare a tali pennelli un comportamento ondulatorio e associare loro, quindi, una particolare lunghezza d'onda.

Non stupisce allora che ciò accada anche per pennelli di elio, dei quali si parlerà ora, per mostrare un'applicazione importante dell'aspetto ondulatorio della loro propagazione.

In generale è facile focalizzare pennelli elettromagnetici (con delle comuni lenti) o anche elettronici con opportune lenti elettromagnetiche. Attraverso l'uso di fasci di questo tipo si costruiscono microscopi che forniscono immagini di un oggetto piccolo. E' però possibile realizzare microscopi che utilizzano altre tipi di onde (non solo elettroniche ed elettromagnetiche) pur di riuscire a costruire un sistema di focalizzazione adatto.

L'elio nel suo stato fondamentale e a bassa velocità è una sostanza completamente non penetrante nel preparato da osservare, chimicamente inerte e, fondamentalmente, non è in grado di produrre alcun danno meccanico. Inoltre la lunghezza d'onda di un pennello di elio è facilmente molto piccola, si capisce così che la microscopia ad elio potrebbe migliorare la risoluzione spaziale e diminuire i danni prodotti sull'oggetto. Per questo è facile rendersi conto di quanto sarebbe conveniente una microscopia basata sull'utilizzo di pennelli di questo tipo, che tra l'altro possono essere prodotti in modo piuttosto semplice.

Una configurazione sperimentale che viene utilizzata per focalizzare pennelli di elio è mostrata in Fig. 3.36.

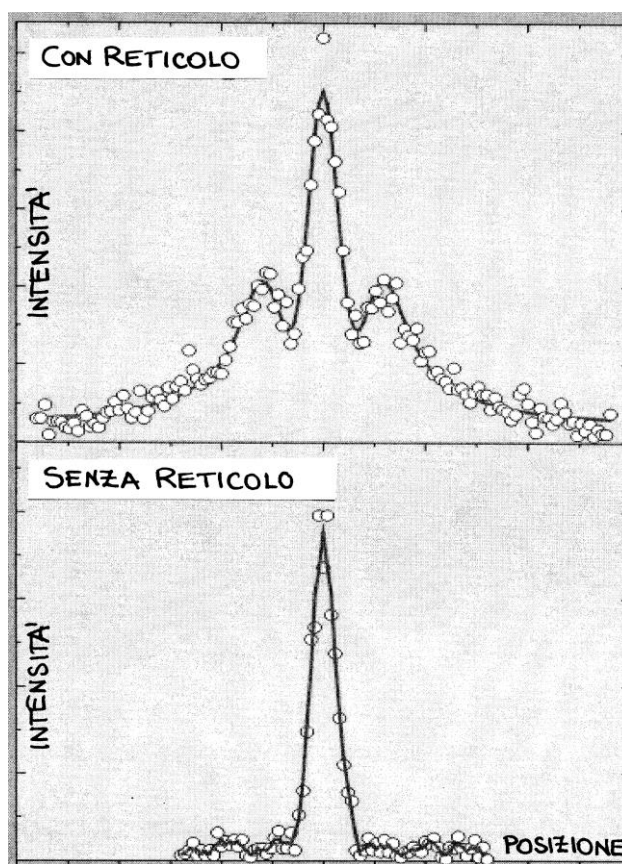


Fig. 3.35 In alto: figura di diffrazione ottenuta con l'interferometro di Fig. 3.34 utilizzando un reticolo per diffrangere il fullerene. In basso: figura ottenuta senza porre il reticolo di diffrazione.

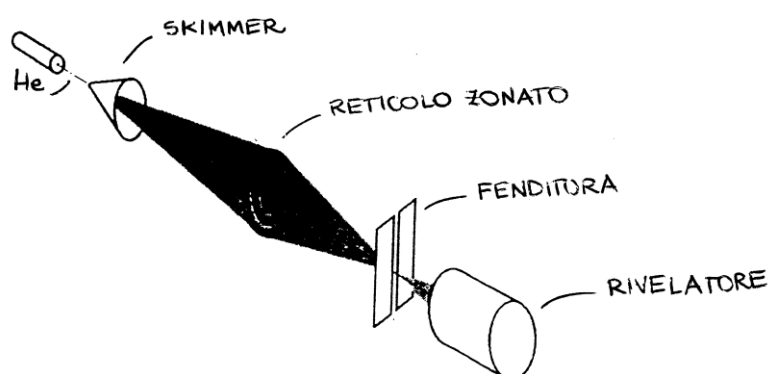


Fig. 3.36 Apparato sperimentale per la focalizzazione di un pennello di elio.

Per ottenere la focalizzazione del pennello di elio si usa un reticolo zonato, o reticolo di Fresnel^{xiii}, che è un oggetto a simmetria circolare che produce un effetto di focalizzazione simile a quello prodotto in ottica da una lente. Le zone trasparenti e opache di Fig. 3.37 sono disposte lungo circonferenze alternate e costituiscono le cosiddette “zone di Fresnel”: se il pennello che incide ha una determinata lunghezza d’onda viene diffratto in modo tale che ad un certo punto dell’asse ottico, al di là del reticolo, si ha interferenza costruttiva dei pennelli diffratti, come nel seguente schema grafico (Fig. 3.37).

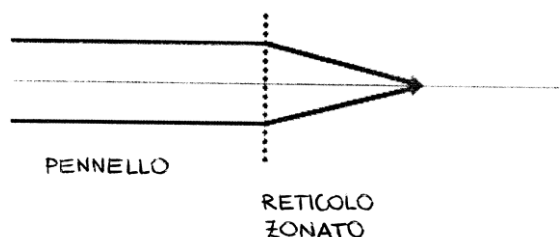
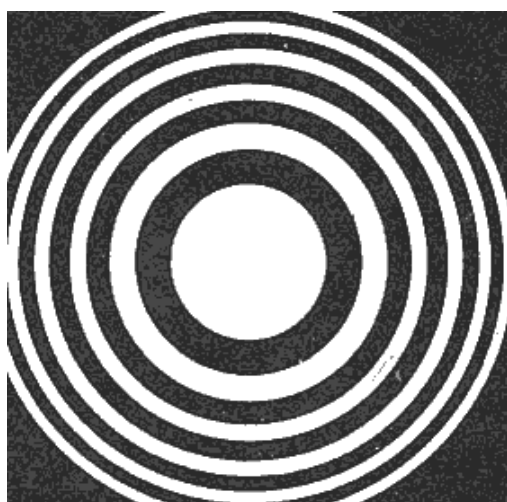


Fig. 3.37 Reticolo zonato e schema di focalizzazione tramite reticolo zonato

Una lente convergente (stiamo parlando di ottica elettromagnetica) fa convergere praticamente tutto il fascio incidente; con il metodo qui descritto, del reticolo di Fresnel, invece, parte del fascio incidente di elio viene diffratto in direzioni che non sono affatto convergenti.

Per concludere questa brevissima descrizione, diamo alcuni valori dei parametri fisici usati in questi esperimenti.

- La lunghezza d’onda del pennello di elio varia da circa 0.88 \AA a circa 1.8 \AA con una monocromaticità dell’ordine dell’ 1%.
- La lunghezza focale del reticolo è di 307 mm, nel caso di lunghezze d’onda di 0.88 \AA e di 150 mm per pennelli di lunghezza d’onda di 1.8 \AA .

Effetto Kapitza-Dirac

Concludiamo questa breve parte di ottica materiale con la descrizione di un fenomeno di che ribalta completamente il modo più consueto di intendere la diffrazione. Generalmente si osserva la diffrazione da parte di un pennello luminoso ad opera di un reticolo materiale; nell'effetto Kapitza-Dirac si osserva invece la diffrazione di un pennello materiale ad opera di un reticolo costituito da luce, più precisamente da un'onda elettromagnetica stazionaria.

Lo schema sperimentale dell'esperimento di Kapitza-Dirac^{xiv} è quello mostrato in Fig. 3.38.

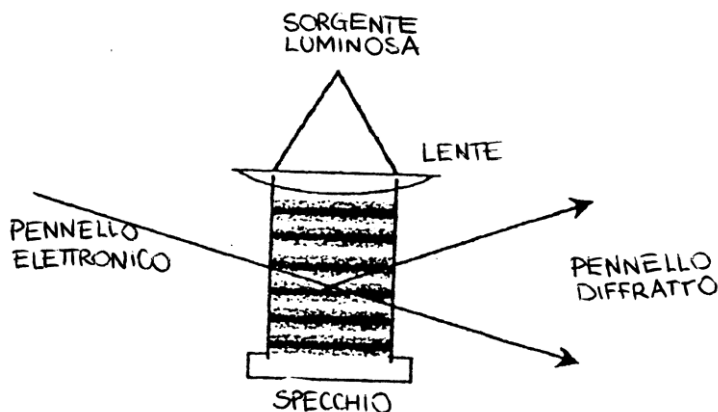


Fig. 3.38 Schema adattato dall'articolo originale di Kapitza e Dirac citato in nota viii. Il pennello elettronico viene diffratto dall'onda di luce stazionaria, che gioca il ruolo di reticolo, tra la fonte di luce e lo specchio.

Si vede che l'onda elettromagnetica stazionaria viene generata opponendo uno specchio di fronte alla sorgente di luce, così da confinare l'onda elettromagnetica prodotta.

Lo schema originale di Kapitza e Dirac è stato poi riadattato per realizzare esperimenti analoghi con pennelli atomici, secondo lo schema mostrato in Fig. 3.39.

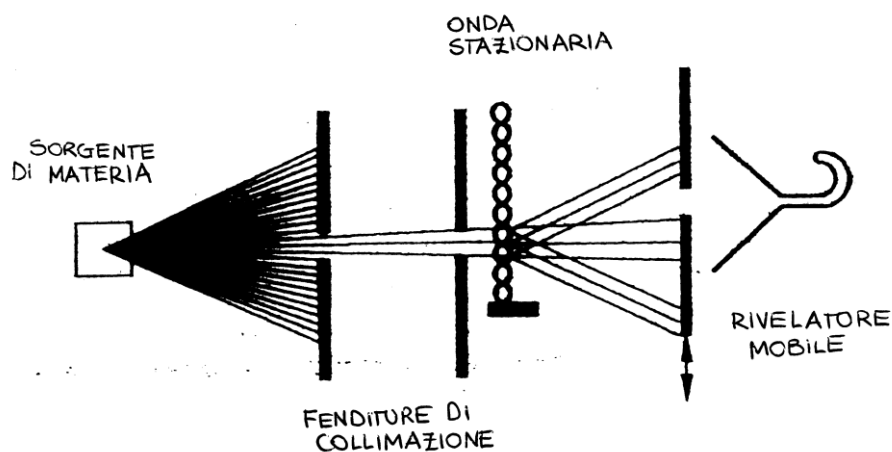


Fig. 3.39 Schema dell'esperimento relativo alla verifica dell'effetto Kapitza-Dirac per fasci materiali inviati su "reticoli di luce"

La Fig. 3.40 mostra i risultati ottenuti, all'università di Innsbruck, da Batelaan, Zeilinger ed altri^{xv}.

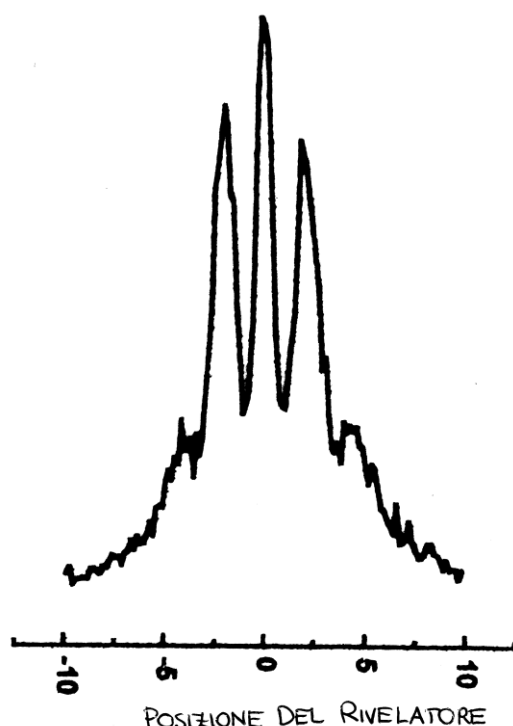


Fig. 3.40 Figura di diffrazione di un pennello materiale da parte di un reticolo di luce. In ordinate è riportata l'intensità del pennello atomico diffratto.

Esperimenti analoghi sono stati effettuati anche con fasci di fullerene; ricordiamo ad esempio quello realizzato da O. Nairz e collaboratori nel 2001^{xvi}. Esso consiste nella diffrazione di un pennello di fullerene (C_{60} e C_{70}) ad opera di un reticolo luminoso generato da un'onda elettromagnetica stazionaria (Fig. 3.41). Non entriamo nel dettaglio dell'apparato, poiché esula dai nostri scopi; diciamo solo che il reticolo di luce viene generato mediante riflessioni multiple di un raggio laser di lunghezza d'onda di 515 nm e presenta una struttura periodica con periodicità pari alla metà della lunghezza d'onda del laser, cioè 257 nm. Un fascio di fullerene viene prodotto all'interno di un forno e successivamente collimato mediante una serie di fenditure; la lunghezza d'onda associata a tale pennello è pari a circa 4,6pm (C_{60}) e 4,0pm (C_{70}). La figura di diffrazione del pennello di fullerene ad opera del reticolo luminoso viene ricostruita mediante un rivelatore mobile (Fig. 3.41).

Variando la potenza dell'onda di luce stazionaria è possibile modificare l'altezza dei singoli ordini di diffrazione (Fig. 3.42)^{xvii}.

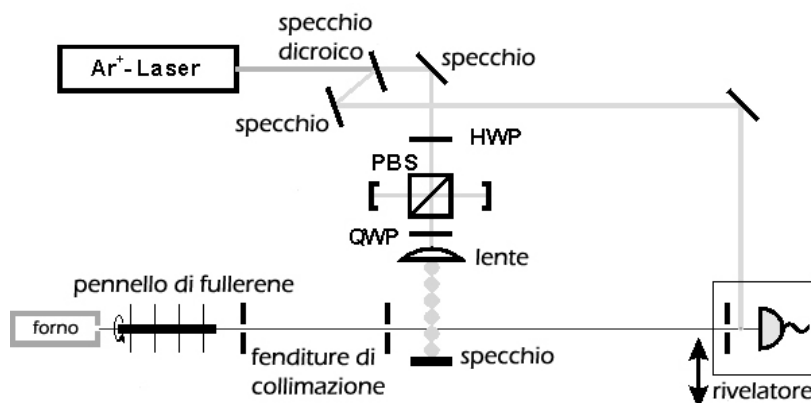


Figura 3.41 Apparato sperimentale per la verifica dell'effetto Kapitza-Dirac realizzato con fullerene.

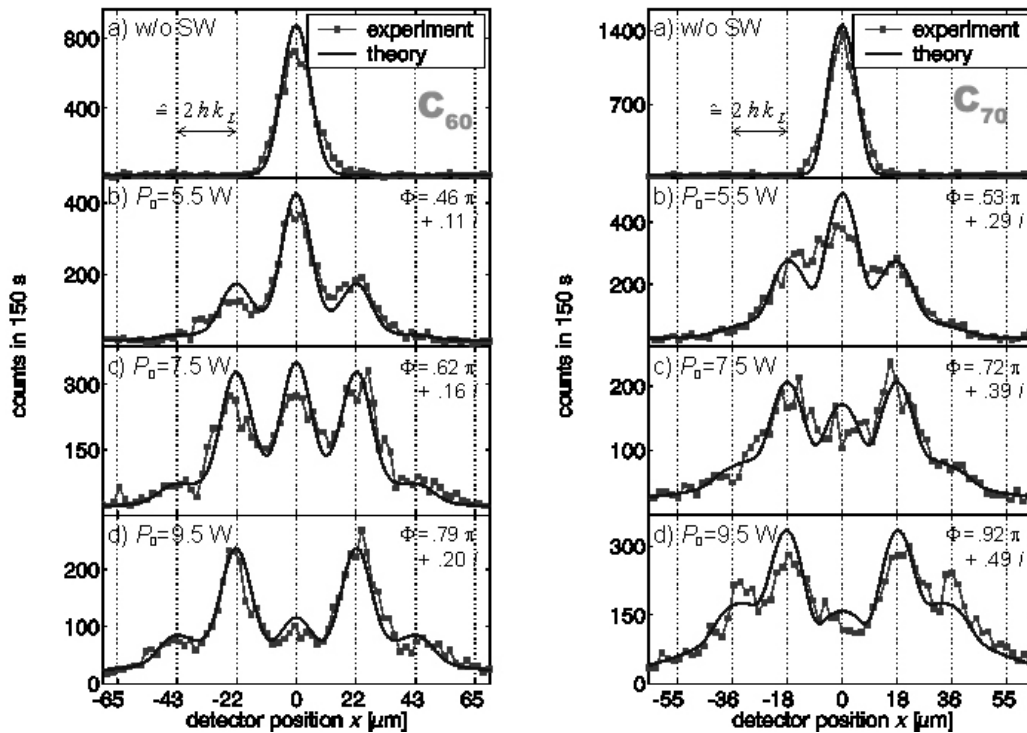


Figura 3.42 Dati sperimentali e andamento teorico delle figure di diffrazione per C_{60} e C_{70} .
Le due immagini in alto si riferiscono al profilo del pennello di fullerene in assenza del reticolo luminoso.

L'effetto Kapitza-Dirac consente anche un'ulteriore interessante applicazione: i pennelli materiali diffritti dal reticolo di onde stazionarie sono tra loro coerenti e questo consente di costruire interferometri per pennelli materiali.

Ad esempio è interessante notare (Fig. 3.43) come si possa utilizzare il “reticolo a luce” per creare interferometri tipo quello di Mach-Zender come è chiaro dalla figura seguente.

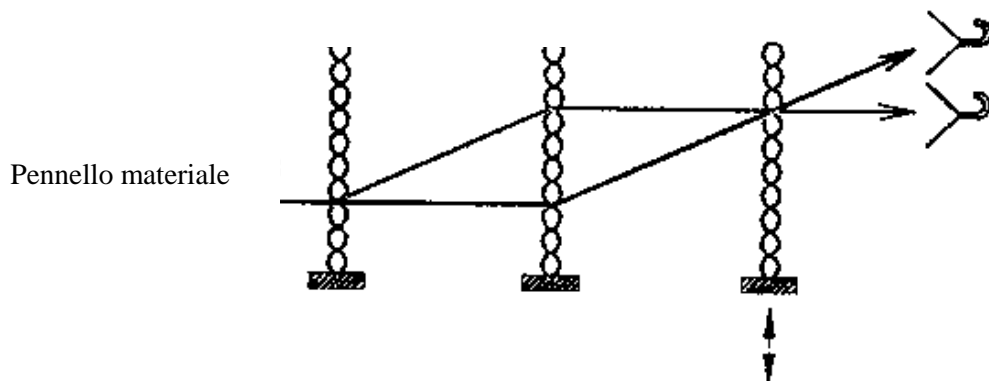


Fig. 3.43 Schema illustrativo di come utilizzare tre “reticoli di luce” per costruire un interferometro del tipo Mach-Zender per pennelli materiali.

Tipiche condizioni di utilizzo sono con pennelli di lunghezza d'onda dell'ordine del nanometro.

NOTE CAPITOLO 3

- ⁱ Questa figura è stata tratta da *Fisica* a cura del PSSC, Zanichelli quarta edizione, Bologna, (1995) pag. 504.
- ⁱⁱ Questa figura è stata tratta da *Fisica* a cura del PSSC, Zanichelli quarta edizione, Bologna, (1995) pag. 505.
- ⁱⁱⁱ <http://www.physikdidaktik.uni-karlsruhe.de>
- ^{iv} Tradotto dall'autore da: Muggli P. et al. "Boundary effects: Refraction of a particle beam" *Nature* **411**, 43 (3 May 2001).
- ^v C. Jönsson *Zeitschrift für Physik* **161**, 454; Springer (1961).
- ^{vi} G. Mollenstedt, and H. Duker, *Naturwissenschaften* **42**, 41, (1955).
- ^{vii} A. Zeilinger, et al., "Single and Double Slit Diffraction of Neutrons", *Rev. Mod. Phys.*, **60** (1988) 1067-73.
- ^{viii} Quanto riportato in questo paragrafo è largamente basato sulla relazione di L. Bianchessi ed E. Rigon per il laboratorio didattico di Fisica III della SILSIS-MI a.a. 2006-2007.
- ^{ix} Rauch H., *Proc. 3rd Int. Symp. Foundations of Quantum Mechanics*, 3, Tokyo, (1989).
- ^x Liberamente tradotto da: Rauch H. "Towards More Quantum Complete Neutron Experiments", in "Quantum Unspeakables" R.A. Bertlmann, A. Zeilinger Eds., Springer Heidelberg, 351 (2002).
- ^{xi} F. Shimizu et al.; *Phys. Rev. A* **46**, R17 - R20 (1992).
- ^{xii} A. Zeilinger *Letters to Nature* **401** 680 (1999).
- ^{xiii} Cfr. Doak R. B. et al. "Towards Realization of an Atomic de Broglie Microscope: Helium Atom Focusing Using Fresnel Zone Plates", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 21, 4229-4232 22, (November 1999).
- ^{xiv} Kapitza P. L. and Dirac P. A. M., *Proc. Cam. Philos. Soc.* **29**, 297 (1933).
- ^{xv} Rasel E., Oberthaler M. K., Batelaan H., Schmeidmayer J. and Zeilinger A.; *Phys Rev. Lett.* **75**, 2633 (1995).
- ^{xvi} O. Nairz, B. Brezger, M. Arndt, A. Zeilinger, "Diffraction of Complex Molecules by Structures Made of Light", *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 160401, (2001).
- ^{xvii} La descrizione qui data di questo esperimento è largamente basata su sulla relazione di L. Bianchessi ed E. Rigon per il laboratorio didattico di Fisica III della SILSIS-MI a.a. 2006-2007.